

# Mesure de l'utilité marginale et indice de prix chez Ragnar Frisch

*Le difficile mariage de la théorie économique et des instruments statistiques*

Ariane Dupont-Kieffer<sup>\*</sup>

Cet article a pour objet de montrer comment Ragnar Frisch a fondé l'économétrie sur une articulation spécifique de la mesure théorique et de la mesure empirique des phénomènes. Ses travaux sur l'utilité marginale du revenu permettent d'illustrer sa démarche. Sa tentative de mesurer l'utilité marginale du revenu en 1926 puis à nouveau en 1932, afin d'estimer le pouvoir d'achat de la monnaie, se heurte à une difficulté d'ordre conceptuel : donner un prix à un bien composite ou «bien général», qui représente le revenu du consommateur. Roy Allen pointera en 1933 que l'approximation du prix du bien général par l'indice général des prix à la consommation, une facilité technique, soulève plus largement la question de la définition des biens composites – et du panier référentiel de biens-, nécessaires à la mesure du pouvoir d'achat de la monnaie. Cette critique amène Frisch à développer une approche originale de l'indice général des prix, à partir des fonctions d'indifférence.

---

<sup>\*</sup>IFSTTAR, E-mail : ariane.dupont@ifsttar.fr

Je tiens à remercier très chaleureusement Jean-Sébastien Lenfant et les deux référés anonymes pour leurs commentaires stimulants et leur œil avisé, ainsi que Michel Armatte tant pour ces commentaires que pour son invitation à présenter ce travail au séminaire de du Centre d'Analyse et des Mathématiques Sociales «Histoire du Calcul des Probabilités et de la Statistique» en 2004 (Cahier HCP n° 61). Je tiens également à remercier Françoise Potier, Karinne Logez, Diègo Legros, Toky Randrianasolo et mon mari Julien Dupont pour leurs critiques, relectures et leur soutien. Toutes les erreurs restent les miennes. Les traductions en français des travaux de Frisch écrits en anglais et en norvégien sont les nôtres. Cet article est dédié à Olav Bjerkholt pour son amitié, et pour son exigence continuelle qui me rappelle à toujours plus de rigueur et de précision.

Mots clef : Économétrie, utilité marginale du revenu, bien composite, indice général de prix, indice du coût de la vie, courbes d'indifférence, Frisch, Allen

***Ragnar Frisch on marginal utility and price indexes. The difficult marriage of economic theory and statistics***

*This paper investigates how Ragnar Frisch has grounded econometrics on a specific link between theoretical measurement and empirical measurement. His work on marginal utility of income offers a good example to illustrate his approach. His attempt at measuring the marginal utility of income in 1926 and again in 1932 in order to determine and estimate the purchasing power of money has stumbled on a conceptual difficulty. What is at stake is the way to give a price to the composite commodity or "general good" representing the consumer's personal income. Roy Allen would show in 1933 that the approximation of the price of the general good by the consumption price index, a technical facility, raises more broadly the question of the definition of composite goods—and the reference basket—necessary to the measurement of the purchasing power of money. This critic would drive Frisch to develop an economic approach to the general index of prices or consumer price index, on the basis of indifference functions.*

Keywords : econometrics, marginal utility of income, composite good, general price index, cost of living index, indifference curves, Frisch, Allen

Il y a plusieurs aspects de l'approche quantitative en économie, mais aucun pris séparément, ne saurait être confondu avec l'économétrie. Ainsi, l'économétrie n'est pas la même chose que la statistique économique. Ce n'est pas non plus la théorie économique, quoi-qu'une partie considérable de cette théorie ait un caractère définitivement quantitatif. L'économétrie n'est pas non plus synonyme de l'application des mathématiques à l'économie. L'expérience a montré que chacun de ces trois points, la statistique, la théorie économique, les mathématiques, est une condition nécessaire mais guère suffisante à la compréhension des relations quantitatives de la vie économique moderne. C'est l'unification de ces trois points qui est source de puissance. Et c'est cette unification qui constitue l'économétrie. (Frisch, 1933b, 2)

On connaît la célèbre définition donnée par Frisch dans l'éditorial du premier numéro de la revue *Econometrica* en 1933, définition qui sera d'ailleurs souvent reprise par les économètres de la toute jeune Société d'Économétrie puis par les membres de la Cowles Commission. Toutefois, cette définition a le défaut de ses qualités, à savoir que son caractère trop général est source d'ambiguïté (Le Gall et Ménard, 1992) : Frisch n'indique pas la méthode ni la relation précise entre ces trois disciplines que sont la théorie économique, la statistique et les mathématiques.

Ainsi, durant cette période, chacun des économètres au cœur du développement de l'économétrie institutionnelle s'appropriera cette définition programmatique, et l'interprétera d'une certaine manière, tendant à favoriser telle ou telle composante. La définition proposée par Frisch est ambiguë pour deux raisons principales : (1) Frisch n'ayant pas spécifié l'organisation de la synthèse entre les théories économiques, la formalisation mathématique et l'investigation statistique, différents types d'économétries ont pu être définis en donnant la priorité à l'un de ces trois aspects de l'économie quantitative et (2) l'économétrie se fonde sur l'hypothèse implicite chez Frisch et chez les premiers économètres que chacun de ces éléments est indépendant des deux autres. En supposant l'indépendance de ces trois disciplines, la question de leur articulation devient centrale et pourrait se concevoir plus ou moins librement. Cette indépendance est pour Frisch doublement utile. Premièrement, elle permet d'identifier progressivement la mesure théorique (le modèle formalisé mathématiquement), la mesure empirique (les données statistiques, c'est-à-dire la quantification des variables abstraites) et enfin la procédure de mesure (le protocole de mesure) qui fait le pont entre ces deux types de mesure<sup>1</sup>.

Deuxièmement, le protocole de mesure doit établir des correspondances qui doivent permettre d'assurer le passage entre la mesure théorique et la mesure empirique du phénomène économique envisagé. Frisch est concrètement confronté à la nécessité de définir l'interface entre ces deux types de mesures lorsqu'il souhaite relever le défi de la mesure de l'utilité des biens et de la monnaie pour montrer en quoi l'économétrie sera la science de la mesure en économie.

---

1 Ces concepts de « mesure théorique » et « mesure empirique » permettent de mieux comprendre le programme de recherches que Frisch s'est fixé dès 1925 et le cadre épistémologique dans lequel son économétrie se développe (Dupont-Kieffer, 2003, chapitre 5 et Dupont-Kieffer, 2012). La connaissance reposerait alors sur la capacité à articuler ces deux types de mesure. Nous reprenons la terminologie de Brian Ellis (1968, chapitres 2 et 3). Cette distinction reflète, elle-même, la distinction entre « nombre abstrait » et « nombre concret ». Un nombre abstrait est un concept quantitatif qui existe en dehors de toute opération de mesure. Ellis souligne que s'il peut être difficile d'admettre que la quantité soit une caractéristique intrinsèque des objets, on peut admettre que cette caractéristique se révèle dans le rapport des objets des uns aux autres ; et « même les plus ardents positivistes et opérationnalistes reconnaissent le principe de Bridgman (1927) de la signification absolue de la magnitude » (Ellis, 1968, 3). C'est pourquoi, Ellis conclut qu'il existe un commun accord sur le fait qu'un concept quantitatif peut être défini par un ensemble de relations linéaires ordonnées et établissant un ordre (Ellis, 1968, 31). Le nombre concret renvoie à un concept numérique et à des procédures de mesure aboutissant à la formulation des nombres qui relèvent de l'analyse statistique. Le nombre abstrait conduit à la formulation de termes théoriques alors que le nombre concret conduit à la formulation de termes non-théoriques ou observationnels. Il s'agira ensuite de trouver des règles de correspondance entre les deux niveaux.

En voulant procéder à l'estimation de variables théoriques comme les courbes d'iso-utilité, Frisch importe dans le champ de la mesure théorique un outil statistique : l'indice du niveau général des prix. Il pense qu'il a clairement défini le mode d'approximation des variables théoriques et donc établi le pont entre mesure théorique et mesure empirique. Toutefois, nous allons montrer que parce que les règles de correspondance n'ont pas été suffisamment explicitées, certains concepts peuvent être modifiés lors de l'importation d'outils statistiques dans la sphère de la mesure théorique.

Le propos de cet article est de mettre en évidence la complexité du lien à définir entre les trois champs disciplinaires et de fait entre la mesure théorique et la mesure empirique, qui se joue à cette occasion et d'en tirer des enseignements sur la forme d'économétrie que Frisch tendait à privilégier.

En effet, ce développement de la notion de 'mesure' par Frisch s'inscrit dans la lignée des travaux des premiers économètres et de l'estimation empirique des courbes de demande. A cette occasion, Frisch emprunte aux statistiques l'indice du niveau général des prix (section 1) tant pour la définition théorique de l'utilité marginale que pour sa mesure empirique. Comme le montrera Roy Allen (1933), ces transferts ne sont pas neutres et modifient l'objet que l'on cherche à mesurer. Or, cette articulation initialement posée par Frisch sera vigoureusement critiquée par ce dernier (section 2). Ainsi, lorsque la définition du protocole de mesure conduit à importer un concept statistique dans la mesure d'un concept théorique, ce transfert affecte en retour le concept théorique. Autrement dit, le problème qui apparaît est celui de la co-détermination au sens d'une détermination simultanée et mutuelle des concepts théoriques et statistiques dans le champ de l'économie. Il apparaît que la mesure théorique et le protocole de mesure du phénomène sont nécessairement interdépendants. Frisch intégrera cette critique (section 3), en définissant simultanément et mutuellement des outils statistiques (l'indice du coût de la vie) et des éléments de théorie économique (le prix du panier de biens iso-utiles).

## **1. Frisch : premières reformulations et mesures de l'utilité marginale**

Dans le premier quart du XX<sup>ème</sup> siècle, s'affirme une volonté d'établir un pont entre les concepts fondamentaux de la théorie économique et l'analyse empirique des phénomènes économiques<sup>2</sup>. Cette nouvelle

---

2 Ce basculement vers une volonté d'établir des liens entre mesure empirique et mesure théorique est également à replacer dans le contexte de l'analyse des cycles des affaires dans les années 1920 et 1930. C'est notamment l'échec des baromètres économiques, une approche uniquement empirique, à prévoir et surtout à expliquer

orientation de l'économie quantitative (Morgan, 1990, chapitre 5) va s'exprimer notamment autour du concept de demande. Déjà, la méthode d'Henry Moore avait inspiré les efforts de statisticiens comme Mordecai Ezekiel, Louis Hyman Bean, Georges Frederick Warren et Franck Ashmore Pearson (Warren et Pearson, 1928), Elmer Joseph Working et Holbrook Working pour construire des courbes de demande, et estimer leur élasticité à partir de séries temporelles de prix et de quantités. Si Jevons et Jenkin, étaient auparavant déjà convaincus qu'il était possible d'établir des courbes de demande empiriques - mais sans y parvenir -, c'est l'économétrie naissante qui allait s'atteler à cette tâche.

Dans un premier temps, la plupart des premiers économètres s'intéressèrent à l'aspect technique de la mesure de la demande, et non à la révision de sa définition théorique. Ils conçurent leur tâche comme une recherche d'instruments et de techniques statistiques pouvant aider à fournir l'évaluation numérique des relations théoriques d'Antoine-Augustin Cournot, Stanley Jevons, Léon Walras, ou celles d'Alfred Marshall.<sup>3</sup>

Après la Première Guerre Mondiale, suite à l'introduction du temps dans l'analyse, les économètres se tournèrent vers des préoccupations plus théoriques. Comme le décrit Morgan, «ils passèrent donc graduellement de l'ajustement des données aux efforts pour traiter de l'élément temporel dans l'équation d'estimation (1990, 146). Ce basculement des préoccupations traduisait les difficultés de l'articulation entre le travail empirique et le travail théorique, ce qui exigeait de compléter la recherche en théorie statistique et la collecte de données, par une attention spécifique sur les aspects de théorie économique. Comme le soulignera Henry Schultz : «Il est impossible de déduire une courbe de demande des données statistiques sans avoir posé des hypothèses ou formulé des suppositions sur la nature de la courbe que nous essayons de déduire.» (Schultz, 1938, 128)

C'est précisément ce défi que Frisch va chercher à relever dès 1926 dans un *Sur un problème d'économie pure*, prolongé en 1932 par *New Methods of Measuring Marginal Utility*. Par ces publications considérées comme la première tentative d'axiomatisation du choix

---

la crise et la persistance des déséquilibres économiques, qui a amené les économistes à reconsidérer les liens entre investigation statistique et analyse théorique.

<sup>3</sup> Jean-Sébastien Lenfant (2006) montre que l'histoire des liens entre utilité, demande et préférences n'est pas linéaire et que les travaux des premiers économètres et des études statistiques, notamment avec les travaux de Schultz, (Lenfant, 2006, 57-61 et 70-77) ont joué un rôle important dans la stabilisation du corpus néo-classique des concepts de la théorie de la demande et du choix du consommateur autour de la synthèse des travaux de John Hicks et d'Eugen Slutsky, notamment par une complexification du concept de complémentarité.

(Chipman 1960, 1971 ; Boumans, 2001, 28)<sup>4</sup>, Frisch retient l'attention des théoriciens de la demande, et des membres de la toute jeune Société d'Econométrie par sa mesure empirique de l'utilité.

John Chipman (1998, 60-67)<sup>5</sup> rappelle d'ailleurs que la reconnaissance de la contribution de Frisch à la théorie du comportement du consommateur représentée par sa mesure théorique de l'utilité marginale, fut relativement tardive comparée à l'accueil favorable réservé alors à ses méthodes de mesure empirique de l'utilité marginale. Alors que notamment Arthur Bowley (1932) et Schultz (1933) s'intéressent aux méthodes établies par Frisch de mesure de l'utilité marginale, il faut attendre 1936 pour voir Franz Alt (1936) s'intéresser à une mesure de l'utilité marginale fondée sur l'axiomatisation du comportement du choix du consommateur. De même, ce n'est qu'en 1936 que Abram Bergson (1936) s'attaque à l'étude de la mesure de l'utilité marginale de la monnaie sur la base de la définition de biens composites, et plus précisément aux conclusions de Frisch sur des préférences homothétiques (ce qu'il nomme «proportionalité des dépenses») dans le cas d'une fonction d'utilité indirecte<sup>6</sup>. Ce que Chipman (1998) décrit comme le théorème de Frisch sur les préférences homothétiques constituera un domaine de recherches pour Hendrick Houthakker (1960), Paul Samuelson (1965), John Hicks (1950) et à nouveau Samuelson (1969).

Dès 1926, ayant pour ambition de «réaliser le rêve de Jevons<sup>7</sup>» (Frisch, 1926b, 1), Frisch cherche à montrer à la communauté des économistes ce que doit être l'économétrie et le premier champ d'application de cette ambition est la mesure de la valeur, et plus particulièrement à celle de l'utilité marginale procurée par le revenu, assimilé à une dépense monétaire, au nom de la neutralité de la monnaie.

Frisch retient de Walras ([1874]1988) un aspect de son épistémologie, à savoir développer la connaissance économique à partir de la mathématisation de la théorie économique. Il emprunte à Marshall (1887) ses fondements théoriques qui permettent de comprendre la demande des agents à partir de la décroissance de l'utilité marginale. L'analyse développée par Frisch en 1926 et en 1932 est à resituer dans un cadre marshallien, même si Frisch se réclame explicitement

4 Marcel Boumans appuie son propos sur les travaux de Chipman (1960, 193) et Chipman et al (1971, 326).

5 Pour une analyse détaillée des travaux de Frisch sur l'utilité marginale et l'estimation des courbes de demande empiriques, ainsi que les prolongements auxquels ils ont donné lieu, on peut se reporter à Chipman (1998, 60-88).

6 La « fonction d'utilité d'équilibre » selon les termes de Frisch.

7 Frisch se réfère explicitement en note de bas de page à Theory of Political Economy de Jevons, et plus particulièrement au paragraphe «Numerical Determination of the Laws of Utility» (Jevons, [1874] 1911, 146).

de la tradition ouverte par Francis Edgeworth, Vilfredo Pareto et Fisher (Frisch, 1926b, 2).<sup>8</sup> On retrouve chez Frisch l'hypothèse de la neutralité de la monnaie. La monnaie est assimilée au revenu de l'agent, c'est à dire à l'ensemble des biens que ce revenu permet de se procurer. Il n'y a pas d'épargne. L'utilité marginale de la monnaie représente bien son pouvoir d'achat, puisqu'il s'agit de mesurer l'utilité procurée par le panier de biens correspondant à la consommation du revenu monétaire. Pour Frisch, contre Marshall, l'hypothèse de l'utilité marginale constante ne tient pas, et le théoricien doit justement se donner les moyens de mesurer l'utilité marginale de la monnaie, sans préjuger de sa constance. Mais l'originalité de Frisch est de se concentrer sur une modélisation<sup>9</sup> de l'utilité marginale des biens et de la monnaie<sup>10</sup>

Dans ce contexte, il apparaît que le projet de Frisch de mesurer l'utilité marginale de la monnaie est double. Il consiste à définir à la fois l'utilité marginale comme un concept quantitatif capable de faire l'objet d'une mesure, et l'opération de mesure elle-même, qui permettra d'aboutir à sa mesure effective. Cette ambition pourrait se réaliser grâce à une articulation spécifique entre l'économie mathématique et la statistique.

### **1.1. La reformulation axiomatique**

Dès ses premiers travaux, Frisch (1926a, 1926b) cherche à formuler les concepts théoriques de manière qu'ils puissent être quantifiés. Selon lui, l'économétrie doit permettre d'atteindre cet objectif par une approche en trois étapes. Esquissé en 1926, ce programme de recherche est explicité six ans plus tard :

- (1) Recenser les axiomes de choix qui sont nécessaires quand nous considérons l'utilité comme une quantité, et définir l'utilité d'une manière rigoureuse sur la base de tels axiomes ; (2) Développer une méthode pour mesurer statistiquement l'utilité ; (3) Appliquer cette méthode aux données réelles. (Frisch, 1932, 2-3)

Les relations retenues par Frisch lors de la première étape de son travail économétrique conduisent à l'estimation empirique des

---

8 Bien qu'il cite leurs noms, Frisch ne mentionne aucun de leurs travaux en ouverture de l'article de 1926 (Frisch, 1926b, 3). Nous savons que Frisch s'était procuré lors de son séjour parisien, en 1922, la traduction française de la thèse de Fisher, *Recherches Mathématiques sur la Théorie de la Valeur et des Prix*, (Fisher, [1892] 1917).

9 Nous rappelons que la démarche scientifique de Frisch fondée sur des allers et retours entre la théorie et l'expérience conduit à attribuer au modèle un rôle d'intermédiaire entre la théorie et la réalité, (Dupont-Kieffer, 2003, chapitre 5). Cette modélisation permet d'articuler les opérations de quantification et de mesure.

10 Dans (Frisch, 1926a, 305), Frisch fait référence à la «théorie monétaire d'Irving Fisher» (sans mention plus précise à ses travaux) comme ambition de renouveler l'analyse quantitative en économie.

courbes de demande lors des deuxième et troisième étapes : la deuxième étape définit une méthode d'évaluation empirique des définitions théoriques, et la dernière concrétise leur estimation par la collecte de données statistiques ou comptables. Ce processus de mesure doit aboutir au tracé de 'surfaces de consommation' (Frisch, 1926b, 24) empiriques. Ces surfaces représenteront la relation entre la quantité consommée d'un bien, le revenu nominal, et l'utilité de la monnaie.

Influencé par Irving Fisher, il estime que les considérations psychologiques ne permettent pas les comparaisons inter-individuelles, et par conséquent qu'il n'est pas possible de donner une définition universelle du concept d'utilité marginale qui puisse s'appliquer à tous et à chacun : chaque individu associe un état psychologique à la consommation d'un bien et ces états psychologiques ne sont pas comparables entre les individus. Il illustre son propos en se rapportant aux couleurs montrant que si les individus peuvent s'accorder sur la définition d'une couleur, rien ne permet de dire que l'état psychologique associé à la couleur «rouge» pour l'individu A est semblable à celui pour l'individu B (Frisch, 1926b, 11). C'est pourquoi Frisch est amené à considérer que les économètres devront s'intéresser aux choix qui se traduisent par des décisions d'achat et de consommation des individus, sans se préoccuper des motivations de la demande comme les goûts ou la nature et les raisons psychologiques de l'ordonnement des préférences, les obligations et les contraintes que subit l'agent : seule peut être mesurée les choix de consommation. Dans cette perspective, on comprend la priorité donnée par Frisch au tracé des contours du champ des choix du consommateur, seul moyen d'établir les conditions de la mesure de l'utilité marginale (Frisch, 1926b, 11).

Dès 1926, Frisch pose le cadre du raisonnement qui lui permettra de préciser la mesure théorique et empirique de l'utilité marginale : une représentation géométrique du champ des choix du consommateur guidera une formulation algébrique de la mesure de l'utilité marginale, elle-même reposant sur une démarche axiomatique<sup>11</sup>. Ce dernier point est un apport innovant et marque la volonté chez Frisch que la mesure théorique soit bien définie préalablement, c'est-à-dire mathématiquement définie, et ce faisant à même de guider la mesure empirique.

Les axiomes sont regroupés en deux catégories : les axiomes de «première espèce» permettent de comparer des paniers de biens, et les axiomes de la «seconde espèce» permettent de comparer des paires

11 Cette axiomatique précise n'est pas reprise dans l'ouvrage de 1932 car il tient pour établie sa démonstration de 1926 sur le comportement du consommateur. Il n'y revient par la suite qu'une seule fois lors des conférences données à l'institut Poincaré au printemps 1933 (Bjerkholt et Dupont-Kieffer, 2009).

de paniers de biens. Il définit trois axiomes de «première espèce» : l'axiome du choix qui assure que le choix du consommateur est déterminé, l'axiome de coordination qui pose la transitivité des choix et l'axiome d'addition qui garantit l'addition des préférences et par conséquent assure la cohérence des choix du consommateur ; ces trois propriétés s'appliquent aussi à des axiomes de «seconde espèce» qui permettent de déterminer la longueur du vecteur indiquant le choix de consommation de l'agent (Bjerkholt et Dupont-Kieffer, 2007 et 2010).

Après avoir défini les axiomes permettant de caractériser le comportement rationnel du consommateur, Frisch envisage de mesurer l'utilité marginale de la monnaie en la rapportant à l'utilité marginale procurée par la consommation d'un autre bien pour une contrainte budgétaire identique.

La mesure de l'utilité marginale de la monnaie est obtenue par la mise en relation quantitative entre  $x$ , la quantité de sucre,  $r$ , le revenu, et  $P/p$ , le rapport des prix du bien général-assimilé à l'achat d'un panier de biens acquis par la dépense du total du revenu et sans épargne-et du prix du sucre, qui lui permet de tracer les surfaces de consommation et d'évaluer ainsi les gains d'utilité acquis par les individus, et par extension aux ménages, lors de la consommation du revenu.

Frisch appuie sa démonstration sur deux hypothèses complémentaires. La première implicite est la suivante : les choix de consommation dans le plan de référence seront consacrés uniquement à la consommation de sucre. Cette hypothèse traduit le fait que, pour Frisch, l'utilité marginale du sucre doit servir d'étalon de mesure. Il justifie ce choix par le fait que le sucre est un bien infiniment divisible. La seconde hypothèse est que l'utilité marginale de la monnaie est équivalente à celle du revenu<sup>12</sup>. Notamment, Frisch suppose que le revenu monétaire est intégralement dépensé, et qu'il est indépendant du niveau général des prix. Le revenu permet à l'agent d'acheter un panier de biens, qui est désigné par Frisch sous le terme de «bien général». Son prix,  $P$ , peut être identifié par, voire estimé grâce à, l'indice du niveau général des prix.

La mise en relation de l'utilité marginale du sucre et celle de la monnaie le conduit à la construction de ces «surfaces de consommation» sur la base de la proportionnalité des utilités marginales :

---

12 Notre objectif n'est pas d'examiner si Frisch considère ou non la monnaie comme un instrument de mesure de l'utilité (Lallement, 1985a et 1985b), mais bien de comprendre de quelle manière la définition de procédures de mesure pour estimer le concept d'utilité marginale va l'obliger à se pencher sur les indices de prix.

«Au point d'équilibre, notre agent individuel aura distribué ses dépenses entre les différents biens, composant son budget de telle manière que pour le bien considéré, disons la nourriture, l'utilité marginale de la monnaie multipliée par le prix de ce bien soit égale à l'utilité marginale de ce bien de comparaison.» (Frisch, 1932, 16)

C'est-à-dire :

$$\omega(\rho, P) \cdot p = u(x)$$

En remplaçant l'utilité nominale de la monnaie par une expression qui renvoie à la formulation de l'utilité réelle de la monnaie, soit  $\omega(\rho, P) \cdot p = \frac{1}{P} w\left(\frac{\rho}{P}\right)$ , Frisch déduit de la relation décrite ci-dessus et, l'égalité  $w\left(\frac{\rho}{P}\right) = \frac{P}{p} u(x)$ , où  $\rho$  représente le revenu nominal et  $\frac{\rho}{P}$  le rapport entre le revenu nominal et le niveau général des prix. Ainsi la fonction  $w\left(\frac{\rho}{P}\right)$  représente l'utilité que nous pouvons qualifier de «marginale» réelle de la monnaie [«the real (deflated) utility of money», Frisch, 1932, 13], et  $u(x)$  l'utilité marginale réelle du bien de référence qui est le sucre [«the marginal utility of the commodity of comparison, by physical unit of the commodity<sup>13</sup> »],  $p$ , le prix du sucre et  $P$  le prix du bien général<sup>14</sup>. Le revenu réel est logiquement défini par le rapport entre le revenu nominal et le niveau général des prix représenté par l'indice du coût de la vie, qui donne le pouvoir d'achat de ce revenu, soit  $r = \frac{\rho}{P}$ .

Aux axiomes de «première» et de «seconde» espèces, il ajoute d'autres hypothèses sur les conditions d'échange et par conséquent sur celles de construction du chemin de consommation, ainsi qu'une hypothèse sur la stabilité du taux d'échange entre les biens directs et les biens indirects. Frisch déduit l'utilité marginale de la monnaie du revenu réel si et seulement si le taux d'échange entre la monnaie et les biens directs est stable pour chaque niveau  $p/P$  donné. Cette dernière hypothèse est essentielle pour pouvoir mesurer l'utilité marginale de la monnaie.<sup>15</sup> Il faut retenir que la méthode ne vaut que pour une stabilité du rapport d'échange pour chaque situation de prix.

13 Frisch (1932, début du chapitre 3, p. 13) mentionne l'utilité marginale du bien de référence, qui est pour lui le sucre : «The nominal money utility times the price of the commodity is equal to the marginal utility of the commodity of comparison, measured by physical unit of the commodity [u(x)].» Nous employons un «raccourci» en désignant directement  $u(x)$  comme l'utilité marginale réelle du sucre.

14 Dit autrement, l'utilité marginale du sucre est égale au prix réel du sucre multiplié par l'utilité marginale de la monnaie.

15 Ce point est largement développé en 1926 ; il n'est qu'évoqué brièvement en 1932.

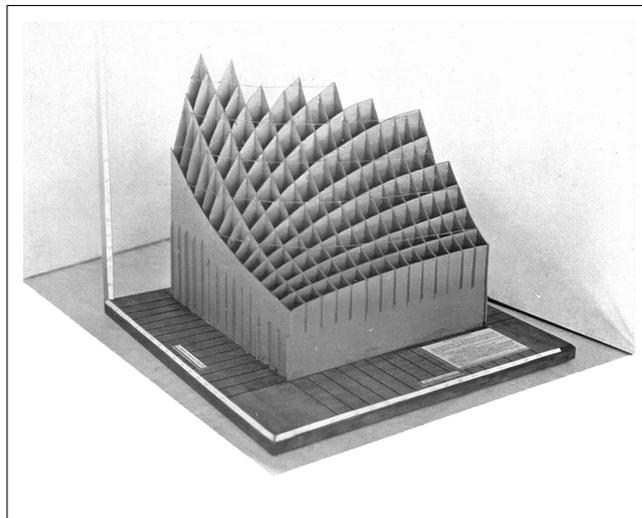
Le taux d'échange entre les biens directs (comme tout bien de consommation finale) et les biens indirects (comme la monnaie) est donné par le rapport entre le prix de la monnaie et celui du bien de comparaison :

$$\alpha = \frac{P}{p}$$

Dès lors, la relation entre l'utilité marginale réelle de la monnaie et celle du bien de comparaison s'écrit  $w(r) = \alpha u(x)$ . Ainsi existe-t-il, pour chaque taux d'échange, une liaison singulière entre deux utilités marginales- ici celle du sucre et celle du bien général. À partir des trois variables  $x, r, \alpha$ , Frisch obtient une «surface de consommation» donnée par la quantité de sucre consommée, le revenu réel et le rapport d'échange.

Frisch décompose ainsi la surface de consommation donnée pour un espace à trois dimensions en un plan à deux dimensions (Figure 2).

Nous pouvons y voir plus distinctement les courbes de demande inversées (quadrant a), les courbes d'Engel (quadrant b) et les isoquantes (quadrant c).



**Figure 1 : —La surface de consommation (Source : Frisch, 1932, 16)**

On constate qu'il y a trois plans qui représentent trois relations spécifiques pour comprendre la demande du consommateur :

- tout d'abord, le plan  $\alpha, x$  est constitué des courbes de demande inversées. Frisch substitue le taux d'échange entre le sucre et la monnaie ( $\alpha = P - p$ ), au prix du sucre  $p$  habituellement utilisé pour représenter les courbes de demande ;

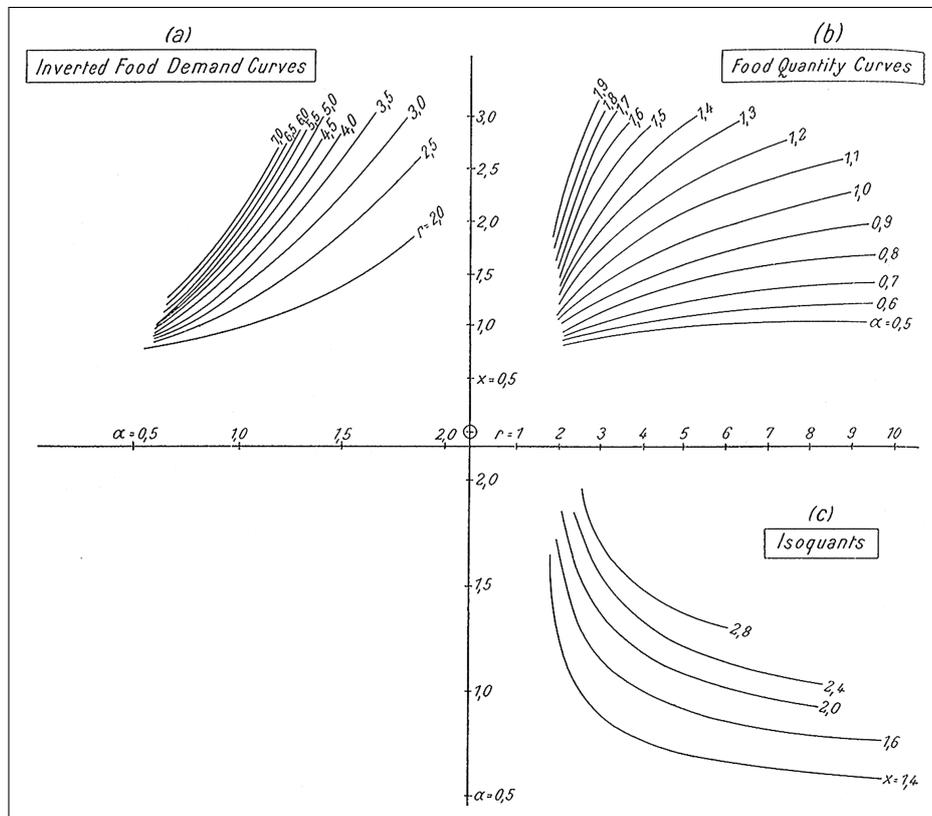


Figure 2 : — La décomposition d'une surface de consommation (Source : Frisch, 1932, 18)

- ensuite, le plan  $r, x$  représente des courbes d'Engel, qui expriment les variations des quantités consommées du bien considéré par rapport à celles du revenu réel, lorsque le prix de ce bien est constant ;
- et enfin, le plan  $\alpha, r$  regroupe les isoquantes<sup>16</sup> de Frisch qui montrent «comment  $\alpha$  et  $r$  varient relativement l'un par rapport à l'autre, quand la quantité consommée du bien de comparaison est constante» (Frisch, 1932, 19).

16 Le terme d'«isoquante» est généralement et maintenant réservé par la littérature marginaliste et microéconomique à l'analyse de la fonction de production et non à celle de la demande. A l'époque où Frisch écrit, le terme n'existe pas dans le champ de la théorie de la production et il semblerait que Frisch soit le premier à employer le terme lors de son analyse du comportement du consommateur. Une isoquante frischienne (Frisch, 1926b, 25 et Frisch, 1932, 19) décrit («a picture», Frisch, 1932, 19) l'utilité marginale réelle de la monnaie en posant que la quantité du bien de référence, soit les quantités de sucre consommées,  $x$ , sont fixées. Il en déduit que l'utilité du bien de référence est alors fixée, soit  $u(x)$  est constante.

Lorsque  $x$  est constant alors  $u(x)$  est constante. Comme  $\alpha = P - p$ , l'inverse du prix relatif du sucre, et comme Frisch pose  $P = 1$ , le rapport inverse des prix ou prix relatif inversé du sucre  $\alpha$  est donc égal à  $1/p$ . Ce qui signifie, que si le *revenu* réel  $r$  augmente,  $\alpha$  doit diminuer pour permettre à l'agent de garder un même niveau de satisfaction. Dans ce cas, le prix du sucre doit donc augmenter. Et la relation  $w(r) = \alpha \cdot u(x)$  permet de trouver  $\alpha$  à une constante près puisqu'alors  $\alpha = \text{constant} \cdot w(r)$  (notation de Frisch, 1932, 19). Une isoquante représente l'ensemble des couples  $(r, p)$  qui, pour une quantité donnée de sucre consommée et donc pour un niveau donné de l'utilité procurée par la consommation du bien de référence (puisque  $x$  est fixée), et permet de mesurer les variations de l'utilité marginale réelle du revenu liées aux variations de la consommation du «bien général» que permet de se procurer le revenu. Toutes les isoquantes se déduisent alors les unes des autres par un simple changement d'unité de mesure le long de l'axe  $\alpha$ . C'est pourquoi Frisch considère que par l'investigation statistique, les fonctions  $w(r)$  et  $u(x)$  peuvent être approximées à un facteur  $\alpha$  constant près.

Quant au «bien général», Frisch ne définit pas plus avant la nature et la composition de ce «bien général». Il le rapporte au panier de biens que le revenu nominal permet d'acheter, et son prix peut être «approximé» par l'indice du coût de la vie. Son contenu peut être approché uniquement en se penchant sur la teneur donnée par les statisticiens à cet indice du coût de la vie,  $P$ . Frisch ne développe pas la signification économique de ce bien, ni celle de son prix. Une telle démarche ne peut-elle pas surprendre de la part de celui qui critiqua si durement et justement le manque d'attention portée à la définition des concepts et des objets à mesurer ?

### **1.2. Les mesures**

Frisch est rapidement préoccupé par le manque de données. Il ne questionne plus la définition de la mesure théorique de l'utilité marginale de la monnaie, mais plutôt les méthodes opérationnelles de mesure de cette utilité marginale. C'est pourquoi, il s'attache à définir trois méthodes en 1932 -la méthode des isoquantes, la méthode des variations et la méthode de la translation- sans revenir sur la relation quantitative définie au niveau théorique.

*La méthode des isoquantes* - La méthode des isoquantes est définie en 1926 pour être développée en 1932. Comme nous venons de le voir, la mesure empirique de l'utilité du revenu et par extension ici de la monnaie passe par la collecte de données sur les prix car il s'agit de faire de  $\alpha = \frac{P}{p}$  la variable clé de cette mesure de l'utilité marginale de la monnaie. Rappelons que Frisch fait l'hypothèse que la quantité de sucre consommée est constante et qu'en conséquence

l'utilité marginale du sucre serait également constante. Dans ce cadre, le rapport des prix est donné par l'équation  $\alpha = k.w(r)$  soit  $w(r) = \alpha/k$  (avec  $k$  la constante). Il s'agit alors de connaître la valeur statistique de  $\alpha$  pour une quantité de sucre donnée et pour un niveau de revenu pour connaître la valeur de l'utilité marginale du revenu, et par conséquent celle de la monnaie.

Frisch applique cette procédure de mesure en 1926 à partir de données mensuelles collectées auprès de l'Union des Coopérateurs Parisiens,<sup>17</sup> pour la période s'étendant de juin 1920 à décembre 1922, lui permettent de tracer des isoquantes et de fournir des mesures chiffrées de l'utilité marginale de la monnaie. Il est alors assez optimiste quant à la possibilité d'allier mesure théorique et mesure empirique. Et c'est ce qu'il tente de faire avec Fisher en 1930 :

«Au début de l'année 1930, je fus invité, à l'initiative de Fisher, à l'université de Yale comme Visiting Professor, et se développa naturellement une coopération entre nous pour tenter d'approfondir la recherche sur la mesure de l'utilité. La première chose à laquelle nous nous sommes attachés fut d'appliquer la méthode de Fisher ([1892] (1927) et la méthode des isoquantes aux données statistiques américaines. Mais ce fut un échec, et ceci pour une raison surprenante. La difficulté vint du manque de données appropriées sur les prix.» (Frisch, 1932, 6)

Certes, Fisher et Frisch disposent certes de séries temporelles concernant des situations de prix locales, mais d'aucune donnée de prix harmonisée qui puisse autoriser des comparaisons de situations de prix pour différentes localités à un moment donné. Frisch se met alors en quête d'autres procédures de mesure permettant de contourner cet écueil.

17 Frisch a obtenu son diplôme en Economie à l'Université d'Oslo au printemps 1919, et décide alors de compléter sa formation d'économiste et de statisticien par des séjours en France, en Grande-Bretagne, puis en Allemagne et enfin en Italie. Son plus long séjour s'effectue à Paris de 1921 au printemps 1923 où il suit des enseignements en économie et en mathématiques, mais où il travaille également pour le département statistique de l'Union des Coopérateurs Parisiens. Cette dernière regroupe l'ensemble des coopératives de la Région Parisienne et organise entre autres la collecte de données sur leurs activités de production et de vente. Frisch obtient ainsi les données nécessaires à la mise en œuvre de sa procédure de mesure de l'utilité marginale de la monnaie. Il utilise cinq ensembles de données : (1) la quantité de sucre vendue chaque mois dans l'ensemble des magasins de la Coopérative de la Région Parisienne; (2) le prix du sucre affiché chaque mois dans ces magasins; (3) le chiffre d'affaires mensuel de la Coopérative [réalisé sur l'ensemble des biens qu'elle a vendus]; (4) le nombre d'adhérents à la Coopérative enregistré au début de chaque mois et enfin (5) la valeur de l'indice de coût de la vie calculé par le bureau statistique de la Coopérative. Alors  $\alpha$  est donné par le rapport entre l'indice du coût de la vie et le prix du sucre,  $x$  est donné par le rapport entre la quantité totale de sucre vendue et le nombre d'adhérents, et  $r$  est calculé par le chiffre d'affaires rapporté à l'indice du coût de la vie. À partir de ces données, il peut tracer une surface de consommation pour la période 1920-1922.

Une partie importante de l'ouvrage de 1932 est ainsi consacrée à la définition de deux procédures de mesure complémentaires à celle des isoquantes, la méthode des variations de quantités et la méthode dite de la translation.

*La méthode des variations des quantités.* La méthode des variations de quantité consiste à faire de  $x$ , la quantité de sucre consommée, et non plus, le rapport inverse des prix du sucre et du bien général, la variable d'ajustement qui permet de construire la courbe de l'utilité marginale de la monnaie. Cette méthode est construite par Frisch pour les cas où l'on dispose principalement de données sur les budgets familiaux -et c'est précisément le type de données dont disposent Fisher et Frisch pour leurs tentatives de mesure empirique de l'utilité marginale. C'est une des premières tentatives de dériver des courbes de demande à partir de budgets des ménages.<sup>18</sup>

Ainsi, si différents groupes de données sont disponibles sur différents couples  $(x, r)$ , il est alors possible de déduire la courbe de l'utilité marginale du revenu, et par conséquent, par interpolation celle de la monnaie. Sa procédure peut être résumée de la façon suivante. On dispose de deux ensembles résultant de données d'enquêtes budgétaires pour décrire respectivement les situations nommées 1 et 2. Soit  $X$  un bien qui est consommé dans les deux situations. On cherche les niveaux de revenu respectifs qui correspondent à la consommation d'une quantité  $x$  du bien  $X$ . Comme l'élasticité de l'utilité marginale<sup>19</sup> de la monnaie est donnée par la relation  $\tilde{w}(r) = \frac{d \log w(r)}{d \log r}$ , alors on peut écrire que  $\tilde{w}(r_1, r_2) = \frac{\log w(r_1) - \log w(r_2)}{\log r_1 - \log r_2}$ . Frisch avait réussi à montrer que  $\tilde{w}(r_1, r_2) = \frac{\log w(r_1) - \log w(r_2)}{\log r_1 - \log r_2} = \frac{\log \alpha_1 - \log \alpha_2}{\log r_1 - \log r_2}$ . Il est alors possible de trouver statistiquement l'élasticité de l'utilité marginale de la monnaie grâce à la connaissance du rapport des prix et des niveaux de revenus correspondant à une consommation de  $x$  dans deux situations 1 et 2, puisque  $\tilde{w}(r_1, r_2) = \frac{\log \alpha_1 - \log \alpha_2}{\log r_1 - \log r_2}$ . On peut déduire la courbe de l'utilité marginale de la monnaie de la

18 Il reprend les données de l'Union des Coopérateurs Parisiens; alors que pour la dernière méthode, celle des translations il va tenter également de la développer en utilisant des données américaines. Il s'agit alors des données obtenues auprès du *United States Bureau of Labor Statistics*; les données collectées se rapportent à quatre-vingt-douze villes pour les années 1918 et 1919. Frisch et Fisher n'en sélectionnent que treize qui sont : New York City, Detroit, Houston, San Francisco, Minneapolis, Boston, Buffalo, la Nouvelle Orléans, Portland, Baltimore, Savannah, Chicago et Cleveland. Mais l'analyse poussée repose sur les données de neuf villes que sont San Francisco (choise comme ville de référence), Minneapolis, Houston, New York City, Savannah, la Nouvelle Orléans, Buffalo, Boston et Detroit (Frisch, 1932, 60-65).

19 Frisch emploie la dénomination "flexibilité" pour désigner le concept d'élasticité.

connaissance de celle de son élasticité<sup>20</sup>. Cette procédure se traduit graphiquement ainsi<sup>21</sup> :

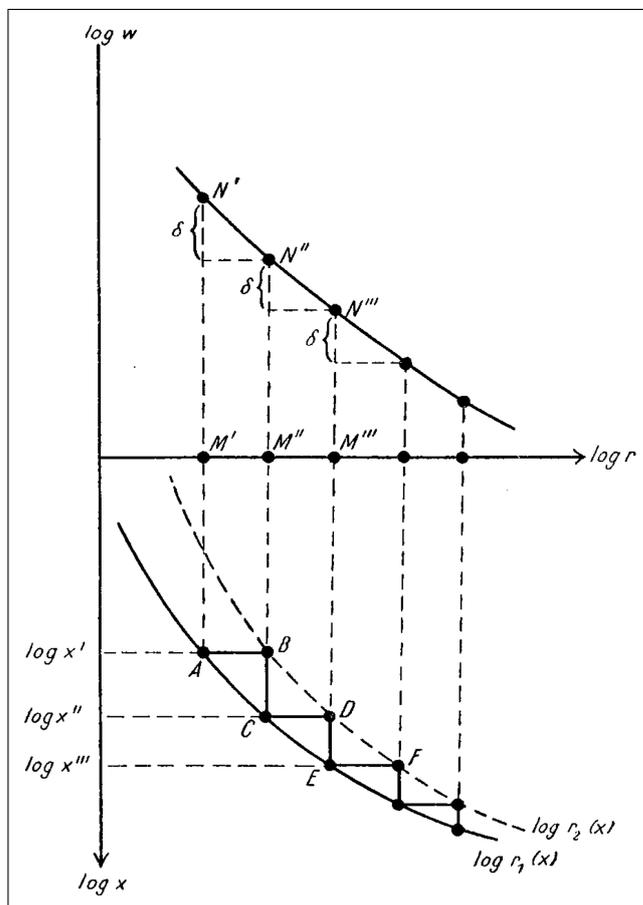
On notera ici premièrement que  $\delta$  représente l'écart entre les deux situations de prix ( $\log \alpha_1 - \log \alpha_2$ ) ou bien encore l'écart entre les deux situations de revenus ( $\log w(r_1(x)) - \log w(r_2(x))$ ), et deuxièmement que dans ce cas de figure, on a  $\alpha_1 \geq \alpha_2$ .

Frisch peut tracer à partir des enquêtes budgétaires une courbe de l'utilité marginale de la monnaie. Ce résultat est le fait d'une procédure statistique, et comme il le reconnaît lui-même (Frisch, 1932, 38), il repose sur une indétermination au niveau théorique même quant à la forme de cette fonction. Frisch suppose une relation théorique entre les variables, mais c'est la procédure de mesure –s'appuyant sur les enquêtes statistiques– qui permettra de préciser la valeur et la forme analytique de la fonction de l'utilité marginale de la monnaie. Nous retrouvons là cette démarche propre à l'économétrie de Frisch qui cherche à établir des ponts entre une analyse théorique et une investigation empirique.

La méthode des translations. Frisch élabore une troisième méthode : la méthode dite de «de la translation» est définie par Frisch pour résoudre la question de la mesure de l'utilité marginale quand on dispose de données sur les dépenses des ménages en biens de consommation, tout en manquant de données relatives à la situation de prix. En effet, le problème peut être parfois que les données ne sont pas harmonisées et, par conséquent qu'il est alors impossible d'établir des comparaisons dans le temps ou dans l'espace, ce qui ne permet pas de recourir à la méthode des isoquantes. Toutefois, on peut disposer de données précises sur les prix pour chaque situation temporelle ou géographique. Il est alors possible de connaître les quantités consommées par la mise en relation des dépenses des ménages et les prix pratiqués. Des courbes de dépenses sont déduites des courbes des quantités consommées, et par suite celle de l'utilité marginale de la monnaie. Des comparaisons seront alors possibles, car des courbes d'utilité marginale peuvent être établies pour chaque situation géographique ou temporelle.

20 Il s'agit en fait d'une élasticité de substitution. L'élasticité de substitution mesure ici le rapport des variations relatives de satisfaction procurée par la consommation de deux paniers de biens différents et indique comment l'un des paniers de biens se substitue à l'autre quand les prix relatifs varient. Cette élasticité de substitution concerne les fonctions homogènes, et cela sera un des résultats de Frisch sur l'analyse des courbes de demande. Plus l'élasticité en valeur absolue est petite (c'est-à-dire inférieure à 1), plus la courbe d'utilité marginale est convexe. On peut déduire les isoquantes à partir des courbes de l'élasticité de substitution.

21 Il est possible de suivre sa démonstration algébrique dans Frisch (1932, 35-41). Nous ne cherchons pas à analyser au plus près cette démonstration mais à en présenter les grandes lignes pour comprendre l'engagement de Frisch dans la recherche de procédures alternatives de mesure de l'utilité marginale, ce qui fera son succès auprès de ses contemporains, notamment Schultz (1938).



**Figure 3 : —La construction de la courbe de l'utilité marginale de la monnaie par la méthode de la variation des quantités (Source : Frisch, 1932, 39)**

Il est alors impossible de recourir à la méthode des variations de quantité, décrite ci-dessus. Cette méthode apparaît comme une procédure de mesure complexe<sup>22</sup>. Elle repose sur une hypothèse forte selon laquelle la forme des courbes de fonctions de l'utilité marginale de la monnaie (en l'occurrence celle du revenu) et celle de l'utilité marginale du bien de comparaison sont identiques d'une situation à une autre, dans le cas où  $p$  et  $P$  pris séparément sont identiques dans les deux situations que l'on cherche à comparer. L'écart entre les courbes n'est que l'effet d'une translation d'une situation de revenu à

<sup>22</sup> Elle est assez complexe, au point où il semble se sentir obligé de nous détailler son application, ce qui n'était pas le cas pour la méthode des variations de quantité.

une autre. Cette procédure s'appuie sur la superposition de graphes, qui permet à terme de déterminer les différentes valeurs de l'élasticité de l'utilité marginale de la monnaie et en conséquence celles prises par l'utilité marginale de la monnaie dans différentes situations.

Après deux longs chapitres consacrés à la définition de la méthode de la translation et à son application aux données américaines, il aboutit aux résultats empiriques suivants : la valeur absolue de l'élasticité de l'utilité marginale de la monnaie est inférieure à 1, et l'utilité marginale de la monnaie est décroissante à mesure que le revenu réel croît (Frisch, 1932, tableau n° 5, 64). Frisch de proclamer qu'il a vérifié empiriquement la décroissance théorique des fonctions de demande, notamment celle de la monnaie<sup>23</sup>.

Frisch s'impose, en effet, très vite à ses contemporains sensibles aux approches empiriques de la demande, grâce à la portée pratique de la méthode des isoquantes.

Cette méthode des isoquantes constitue le point le plus remarqué par ses contemporains et le plus remarquable comme le souligne Schultz :

Les contributions de Frisch avaient comme objectif premier de mesurer le degré d'utilité de la monnaie, et non pas la dérivation de courbes de demande empiriques. Mais sa procédure fondamentale conduit à un dérivé de la courbe de demande de type Cournot-Marshall. (...) Frisch doit être, par conséquent, considéré comme le premier économiste depuis Pigou à suggérer une méthode pour dériver les courbes de demande des données obtenues à partir des budgets familiaux. (Schultz, 1938, 111)

Schultz (1938, 64-65) explique aussi que la méthode de Frisch pour déduire les courbes de demande empiriques à partir des budgets familiaux est à inscrire aux côtés des travaux d'Irving Fisher ([1892], 1927) qui marque, à l'époque, le «renouveau et le développement» de la recherche statistique sur la demande. Mais l'introduction de l'indice des prix dans l'analyse pour approximer le prix du «bien général» que le revenu permet de se procurer n'est pas sans poser de problème. Burk (1936, 33) nous rappelle que c'est Allen «qui a pointé qu'une hypothèse, plutôt qu'une approximation, était en jeu. Et la nature de cette hypothèse doit continuer à être mise en doute tant que les concepts de Frisch ne sont pas strictement définis. Mais heureusement, Frisch n'a pas permis que cet état de choses perdure».

---

23 Ces résultats lui permettront par la suite d'étudier l'impact de différents systèmes de taxation sur la consommation des ménages ou bien encore les relations entre la décroissance de l'utilité marginale de la monnaie et l'offre de travail

## 2. Allen ou le bagage clandestin

Allen (1933), en lecteur attentif, pointe que la difficulté de la mesure empirique de l'utilité marginale réside non pas dans le manque de données statistiques mais bien dans l'indétermination des concepts, et plus précisément sur une hypothèse simplificatrice qui restreint le champ de l'analyse.

Or, c'est justement la définition algébrique donnée par Frisch de l'utilité marginale de la monnaie qui est sévèrement critiquée -non sans raison- par Allen en 1933. Ce dernier montre que l'introduction de l'indice du coût de la vie dans la définition de l'utilité marginale de la monnaie et de son élasticité soulève un problème conceptuel, et non plus simplement technique comme peut l'apparaître celui de l'approximation : à savoir le problème de l'adéquation entre la définition des biens composites et celle de la mesure de l'utilité marginale de la monnaie.

En effet, sur le modèle de la distinction entre deux types d'utilité marginale associée à la consommation d'une certaine quantité de sucre, une utilité marginale réelle et une utilité marginale nominale, il différencie deux types d'utilité marginale associée à la monnaie. La première,  $w$ , représente l'utilité de la monnaie mesurée en unités de pouvoir d'achat -l'utilité marginale réelle de la monnaie. La seconde,  $\omega$ , est l'utilité marginale nominale, exprimée en devises monétaires<sup>24</sup>. Ces deux utilités sont reliées par le prix du «bien général»<sup>25</sup>,  $P$ , que Frisch appelle «l'indice du prix de la vie».

C'est à ce moment de l'argumentation que se révèlent de manière la plus évidente les implications théoriques de l'introduction de cet indice statistique dans la définition économique de l'utilité marginale de la monnaie. Ainsi, Allen développe justement sa critique à partir de l'intégration de  $P$  dans la définition de l'élasticité de la monnaie. Frisch recourt à  $P$  pour des raisons pratiques, car cet indice lui semble représenter avec exactitude le prix du panier de biens que doit être le «bien général». Ce «bien général» n'est pas défini précisément par Frisch. Mais, son choix de  $P$  permet de caractériser le choix du consommateur en termes d'affectation de son revenu puisqu'il permet de connaître la composition du panier indirectement par les prix des biens qui le composent.

24 En 1926, l'utilité marginale nominale est mesurée en franc français. En 1932, elle est mesurée en dollars, car cette étude est le fruit de recherches menées avec Fisher à l'Université de Yale au début de 1930. Nous utiliserons la présentation de 1932; par conséquent, l'utilité marginale nominale de la monnaie présentée dans cet article est exprimée en dollars.

25 Pour rappel, ce «bien général», un panier de biens que le consommateur peut se procurer grâce à son revenu, est soumis à l'hypothèse d'être *want-independent*, c'est-à-dire que l'utilité consécutive à la consommation d'un tel bien est indépendante de l'utilité procurée par la consommation d'autres biens.

En 1933, dans «On the Marginal utility of Money and its Application», Allen reproche justement à Frisch l'emploi d'outils statistiques comme concepts théoriques pour définir l'utilité marginale de la monnaie. Dans cette recension de *New Methods of Measuring Marginal Utility*, Allen explique qu'à son avis «la première approximation du Professeur Frisch n'est pas du tout une approximation ; elle peut être uniquement considérée comme une hypothèse supplémentaire des plus sérieuses» (Allen, 1933, 187). Ce que Frisch appelle une «approximation» se révèle être une hypothèse forte issue de l'emploi de ce nombre indice, et qui affecte l'analyse. La question est de savoir si cette «approximation» des prix par l'indice des prix à la consommation modifie ou non le contenu analytique de la relation étudiée.

Allen met en évidence l'impossibilité de soutenir que les résultats et outils statistiques puissent être employés tels quels dans la formulation des bases théoriques d'un concept économique. Selon lui, l'"approximation" de Frisch tient à ce qu'il considère l'utilité marginale de la monnaie comme fonction uniquement de deux variables, le revenu nominal et le prix du coût de la vie. Une dépense monétaire se traduit par l'achat d'un panier de biens. Sous l'hypothèse que le revenu est entièrement consacré à l'achat de biens de consommation, c'est-à-dire que le revenu est consacré à l'achat de n'importe quel bien composite, (dans l'espace des n biens), la mesure de l'utilité marginale de la monnaie doit pouvoir s'appliquer à n'importe quel déplacement dans l'espace de choix du consommateur, c'est-à-dire à l'achat de n'importe quel bien composite.

Allen met l'accent sur la nécessité de penser la relation entre le revenu nominal et le prix de tous les biens de consommation disponibles sur le marché. C'est un point d'intérêt pour nous car il constitue l'erreur de Frisch dans sa tentative d'articuler économie mathématique et économie statistique : l'indice du coût de la vie ne peut être considéré comme la seule approximation possible du panier de biens de consommation qu'est supposé être le «bien général». Son erreur initiale réside, selon nous, dans la définition donnée par défaut du «bien général». Allen pousse sa critique, reprochant à Frisch une véritable faiblesse dans sa démonstration :

Nous allons voir que les propos du Professeur Frisch souffrent d'une indétermination [indefiniteness] des notions théoriques et d'un manque d'énonciation explicite des hypothèses concernées, non seulement parce que le lecteur peut être aisément embrouillé, mais aussi parce que les défauts et les faiblesses sont alors bien plus difficiles à détecter dans ce type de discours. (Allen, 1933, 186)

Si Frisch s'est avant tout intéressé à la définition de l'utilité marginale de la monnaie et à sa mesure, aboutissant à la définition et à

l'estimation d'un coefficient chiffré, il faut bien constater que son souci ne tend pas vraiment à préciser les liens entre monnaie, revenu, bien général et indice du coût de la vie. Ceci peut paraître surprenant tant au regard de ses objectifs que de sa méthodologie.

L'importation d'un outil statistique dans l'analyse économique peut modifier le sens des concepts économiques en présence. Comme l'explique Morgan (1995) à propos de l'utilisation de métaphores évolutionnistes par les économistes américains de la fin du XIX<sup>e</sup>me pour rendre compte de la concurrence, un concept véhicule un ensemble de propositions, dont la globalité n'est pas toujours perçue par les auteurs qui opèrent le transfert.

L'enjeu soulevé par Morgan est le suivant : un concept n'est jamais indépendant du contexte, et plus précisément du cadre théorique dans lequel il est développé ou s'enracine. Ainsi, le danger des transferts de concepts d'un champ théorique à un autre lors de métaphores ou d'analogies réside dans l'importation non contrôlée de concepts auxiliaires, de méthodes qui vont transformer le champ auquel s'applique la métaphore. Ce que Morgan applique aux concepts peut, selon nous, rendre compte également des transferts d'outils d'une théorie à une autre, d'un champ de connaissance à un autre. Dans le cas qui nous intéresse ici, Frisch transfère un outil – l'indice du niveau général des prix, issu de la théorie statistique des prix – vers la théorie économique de la demande. Ce faisant, Frisch sort l'outil «indice du niveau général des prix» de son contexte sans tenir compte du contenu théorique qui a été nécessaire pour aboutir à la quantification de ce concept abstrait. Or, au-delà de l'apparence qu'est le nombre résultant du calcul statistique des indices de prix, il existe une ossature théorique qui se révélera être la notion économique de bien composite<sup>26</sup> et qui va se comporter comme un bagage introduit clandestinement dans la définition de l'utilité marginale proposée par Frisch.

L'aspect fondamental soulevé par Allen est la manière dont Frisch emploie un bien composite particulier pour définir l'utilité marginale de la monnaie, et mesurer l'amélioration de bien-être procurée par une dépense du revenu. En résumé, la fonction d'utilité marginale de la monnaie est une fonction du vecteur de tous les prix des  $n$  biens. Or remplacer ce vecteur par une mesure prise sur ce vecteur (l'indice général des prix qui est une moyenne pondérée de ces prix,  $P$ ) est simplificateur.<sup>27</sup> En effet, cela implique d'assimiler toutes les

---

26 La question d'associer les concepts de bien composite et d'indice du prix de la vie a déjà été traitée par Marshall (1887) et Keynes (1909).

27 Imposer  $P$  suppose que deux vecteurs différents mais de même moyenne ont la même utilité ce qui est une hypothèse forte voire abusive. Ce point renvoie à la théorie des moyennes et à la théorie probabiliste de l'indice d'Edgeworth que discute Keynes (1909). Pour une analyse détaillée, cf. Armatte (2008).

dépenses de même importance mais combinant différemment les  $n$  biens.

Pour comprendre les difficultés soulevées par cette indétermination du concept de «bien général», il faut se pencher sur la notion de bien composite, et plus précisément, sur la distinction entre l'utilité marginale d'une dépense monétaire quelconque et celle d'un bien composite particulier. Cette distinction entre bien composite et dépense monétaire est déjà énoncée avec précision par Fisher (1892 ; 1911 ; 1927)<sup>28</sup> pour étudier l'utilité marginale de la monnaie. Celui-ci considère que l'utilité marginale nominale de la monnaie est une fonction du revenu nominal et de l'ensemble des prix à la consommation ; ce qui peut se traduire dans la notation de Frisch, comme la fonction  $\omega$ , qui dépend d'une part du revenu nominal  $\rho$  et d'autre part de l'ensemble des prix des  $n$  biens de consommation disponibles sur le marché  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Traduite dans les termes de Frisch, la fonction d'utilité marginale nominale de la monnaie de Fisher  $\omega = \omega(\rho, p_1, p_2, \dots, p_n)$ <sup>29</sup> devient sous la plume de Frisch :  $\omega = \omega(\rho, P)$ .

À ce stade de l'argumentation, nous comprenons pourquoi Frisch peut parler d'approximation de la situation de tous les prix par le nombre indice  $P$ , tout en reconnaissant que ce recours est une hypothèse :

Je commence par une hypothèse différente [de celle de Fisher], c'est-à-dire que je fais l'hypothèse que l'influence des prix peut, en première approximation, être représentée, en sus du revenu, par une seule variable, je parle du prix de la vie,  $P$ . (Frisch, 1932, 4)

La présence continue de l'indice du coût de la vie,  $P$ , au cœur des définitions respectives de l'utilité marginale de la monnaie et son élasticité nous indique, il faut le souligner, que l'agent est condamné à acheter des quantités différentes de ce «bien général». Mais, au lieu de prendre en compte l'ensemble des prix, Frisch préfère recourir au seul indice du coût de la vie  $P$ , supposé représenter la situation de prix  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ . Allen a donc de bonnes raisons de noter que :

l'hypothèse selon laquelle la situation de prix peut être représentée dans  $K$  par un seul paramètre, n'a toutefois aucune base théorique ; elle doit être considérée comme une hypothèse supplémentaire, et non comme une approximation. (Allen, 1933, 193)

C'est ce point qui semble le plus critiquable aux yeux d'Allen (Allen, 1933, 193). Si l'on reprend les notations d'Allen, Frisch définirait

<sup>28</sup> L'ouvrage de 1932 est dédié à Fisher, ce «pionnier de la mesure de l'utilité»

<sup>29</sup> Comme Frisch l'observe : «cette fonction peut être représentée par une courbe à une dimension et de coordonnées  $(\omega, \rho)$  si tous les prix individuels  $p_1, p_2, \dots, p_n$  sont constants» (Frisch, 1932, p.4)

l'utilité marginale comme suit :  $K = \frac{1}{P}w(r)$ ; avec  $w(r)$ , qui serait une fonction à une seule variable  $r = \frac{\mu}{P}$ <sup>30</sup>. En effet, dans l'analyse de Frisch,  $P$  est fixe puisqu'il s'agit de l'indice statistique du prix de la vie, le prix d'un panier fixe et déterminé de biens, tel qu'il est calculé par les instituts de statistiques. Il s'agit ici de fondre plutôt que d'associer la notion théorique de bien composite et la notion «statistique» de bien général, concept que Frisch s'est contenté de parer des atours de théorie économique. En effet, Allen démontre que rien n'autorise à glisser de l'utilité marginale d'une dépense monétaire à celle d'un bien composite spécifique en substituant  $P$  à  $p_c = xp_x + yp_y + zp_z + \dots + np_n$ , sauf une hypothèse *ad hoc* sur le choix du consommateur.<sup>31</sup>

Pour comprendre la critique formulée par Allen, il faut nous tourner vers sa propre définition de l'utilité marginale de la monnaie.<sup>32</sup> Pour être plus précis, il se réfère à l'utilité marginale d'une dépense monétaire, désignée par  $K$  :

Maintenant  $K$  peut être interprété comme l'utilité marginale d'une dépense monétaire dans n'importe quelle direction [dans l'espace de choix du consommateur] par rapport à la position d'équilibre. (Allen, 1933, 188)

Ainsi, l'utilité marginale de la monnaie est définie par la direction prise par le vecteur qui symbolise l'achat d'un bien composite. De toute évidence, il existe une infinité de biens composites, qui sont autant de combinaisons des  $n$  biens  $X, Y, Z, etc$  à  $N$ , en des quantités respectives différentes, diversité dont l'économiste doit rendre compte. Par conséquent, le prix du bien composite  $C$ , défini

30 Selon Allen, le problème consiste à réduire l'utilité marginale du revenu ou d'une dépense monétaire à une seule variable. Cette difficulté explique, selon lui, pourquoi l'élasticité de la monnaie que Frisch nomme la flexibilité de la monnaie, habituellement définie comme  $\frac{\mu}{K} \cdot \frac{\delta K}{\delta \mu}$ , devient  $\frac{r}{w} \cdot \frac{dw}{dr}$  dans l'analyse de Frisch. Par conséquent, cette dernière apparaît comme «un paramètre indépendant des unités de mesure et de toute indétermination dans la fonction  $w(r)$ » (Allen, 1933, 191). Il faut bien reconnaître que c'était justement l'objectif de Frisch.

31 La source de l'erreur de Frisch, identifiée par Allen, est essentiellement due à l'analogie faite par Frisch entre l'utilité marginale de n'importe quel bien de consommation et celle de la monnaie, telle qu'elle est donnée par l'utilité marginale d'un bien composite. Voir Allen (1933, 192) : «l'utilité marginale des biens permet de déterminer la position d'équilibre du consommateur, alors que l'utilité marginale de la monnaie est tirée de la condition d'équilibre».

32 Chipman souligne d'ailleurs ce point : «La formulation de Frisch fit l'objet de la critique énergique de R. G. D. Allen (1933), dont l'article, tout en étant une recension du travail de Frisch, est en lui même important. Pour la première fois depuis (et indépendamment de) Antonelli (1886) [Sulla teoria matematica della economia politica. Pisa : Tipografia del Fochetto. Traduction en anglais (1971)], Allen formule le concept d'une «fonction d'utilité d'équilibre» (connue aujourd'hui comme «fonction d'utilité indirecte») (Chipman, 1998, 61).

par la somme des quantités des  $n$  biens disponibles sur le marché et composant l'espace de choix du consommateur, soit le bien composite  $C = x + z + y + \dots + n$  aura un prix définie comme  $p_c = xp_x + yp_y + zp_z + \dots + np_n$ . Si  $\mu$  représente une «somme définie de dépense pour un ensemble donné de prix de marché» (Allen, 1933, 188), un déplacement par rapport à la position d'équilibre ou position initiale équivaut à  $\delta\mu$ . Dans la terminologie de Frisch,  $\mu$  désigne le revenu nominal du consommateur et  $\phi$  désigne l'utilité totale de l'individu procurée par la consommation d'un ou de plusieurs biens de consommation. Une dépense monétaire se traduit par l'achat d'un panier de biens de consommation, appelé bien composite. Allen peut définir une augmentation de cette utilité totale de l'individu suite à une dépense monétaire qui a conduit à l'achat de différents biens de consommation comme :

$$\begin{aligned} d\Phi &= \Phi_x \frac{xd\mu}{p_c} + \Phi_y \frac{yd\mu}{p_c} + \Phi_z \frac{zd\mu}{p_c} + \dots + \Phi_n \frac{nd\mu}{p_c} \\ &= \frac{x\Phi_x + y\Phi_y + \dots + n\Phi_n}{xp_x + yp_y + \dots + np_n} = Kd\mu \end{aligned}$$

L'utilité marginale d'une dépense monétaire ou dit autrement l'utilité marginale procurée par l'achat d'un bien composite est égale à :  $K = \frac{d\Phi}{d\mu}$ .

En fin de compte, la valeur de  $K$  dépend de la composition du bien composite acheté, donc des biens sélectionnés pour le constituer et des quantités de chacun d'eux retenues. La définition du bien composite acheté relève du choix du seul individu, ce qui implique qu'il peut exister une grande diversité de biens composites, dont l'économiste doit rendre compte.

Comme le souligne Allen,  $P$  ne peut pas résumer la situation de l'ensemble des prix. Le choix de  $P$  n'est pas une approximation mais une hypothèse forte sur les choix de consommation. La mesure théorique s'applique alors à un choix particulier, mais ne peut en aucun cas représenter un protocole de mesure applicable à n'importe quelle situation. La nécessité de répondre en urgence aux critiques d'Allen va d'ailleurs conduire Frisch à reconsidérer sa définition de l'utilité marginale de la monnaie et de la «flexibilité» de cette utilité marginale de la monnaie (Frisch, 1932).

### 3. La reformulation par Frisch de l'indice général des prix en s'appuyant sur les courbes d'indifférence

Plus qu'un prolongement des *New Methods*, l'article de 1936 s'apparente à une étude sur les nombres indices. Frisch y revisite la signification de  $P$  en adoptant une approche dite «économique»

qui tente de répondre aux insuffisances de l'approche du panier fixe pour mesurer l'évolution générale des prix et du pouvoir d'achat en s'appuyant sur la théorie économique. Cette recherche sur l'indice du coût de la vie est motivée par une question : le revenu de l'agent lui permet-il de se procurer un même niveau de bien-être ou d'utilité, dans le temps ou dans l'espace, alors que les prix varient? Dans ce cadre, pour comparer deux situations.<sup>33</sup> de dépenses monétaires, Frisch se rapporte à un certain niveau de «bien-être» et s'appuie sur les courbes d'indifférence.

Frisch préconise de se tourner vers la théorie microéconomique<sup>34</sup> pouvant donner des indications sur le bien composite qui maximise l'utilité de l'agent pour une contrainte budgétaire donnée : il s'agit de définir l'indice général des prix (appellation courante à l'époque) qui devient sous la plume de Frisch (1936) l'indice *indifference-defined index* ou *indifference index*<sup>35</sup> en référence à un niveau de bien-être donné. Ainsi, les nombres indices sont obtenus à partir du sentier d'expansion appelé sentier d'indifférence, c'est-à-dire en rapportant deux situations de revenu correspondant à un même niveau d'utilité. Frisch pourra alors définir un protocole de mesure applicable à l'ensemble des situations de choix des consommateurs, et définir une flexibilité de l'utilité marginale de la monnaie sans que celle-ci inclue  $P$ . La fonction d'indifférence  $I(q)$ , représentée par l'hypersurface d'indifférence  $I$  nommée *indifference surface* par Frisch (1932, 80 et 1936, 13), représente l'utilité maximale que le consommateur peut obtenir pour un revenu et une situation de prix donnés :  $I = I(q^1, q^2, \dots, q^n)$  où s'écrit brièvement  $I = I(q)$ .<sup>36</sup>

Les points de la surface d'indifférence  $I$  correspondent à l'ensemble des paniers de biens qui apportent le même niveau de satisfaction

33 «Ces situations peuvent différer sur de nombreux points : différents types de populations, différents types de biens échangés, consommés ou produits, etc.» (Frisch, 1936, 10-11). Les indices des prix ne sont pas seulement des nombres indices en fonction du temps. Pour rappel, il s'agit pour Frisch de la tradition ouverte par Edgeworth, Fisher, Pareto (Frisch, 1926b, 2; 1932 (Frisch, 1932, 2-3).

34 Pour rappel, il s'agit pour Frisch de la tradition ouverte par Edgeworth, Fisher, Pareto (Frisch, 1926b, 2; 1932 (Frisch, 1932, 2-3).

35 La définition de l'indice défini à partir des courbes d'indifférence nommé *Indifference Index* ou *Indifference defined Index* que nous notons IDI (Frisch, 1936) sera celle utilisée dans la reformulation de «l'approche par la flexibilité». L'indice IDI de Frisch constitue en fait la base théorique du futur indice du coût de la vie (noté COL).

36 Frisch définit une fonction d'indifférence comme toute fonction «qui est constante le long de la courbe d'indifférence» (Frisch, 1936, 13) et «supposant qu'il existe un indicateur,  $I(q)$ , pour le groupe de définitions en question, qui implique que l'individu typique ait les mêmes goûts (...) dans des situations diverses» (Frisch, 1936, 14).

ou d'utilité. Ces différents paniers de biens se distinguent par les différentes quantités de biens sélectionnés. Ainsi, à chaque panier de biens  $h$ , relatif à un même niveau d'utilité totale  $I_i$ , correspond un prix. Le prix d'un bien composite  $h$  à l'instant  $t$  est un vecteur de prix et peut donc 'écrire alors :

$$p_h = \pi^h(q_1, \dots, q_N) \quad \text{où} \quad p_h = \pi_t(q)$$

Le prix du bien composite,  $p^h$ , est une fonction de l'ensemble des quantités retenues des  $N$  biens et de l'ensemble des prix des Ce choix est représentatif d'une approche économique des indices de prix, comme nous allons le voir à la section suivante. Dans cette approche,  $p_h$  dépend des différentes quantités de chaque bien dans le panier de biens et de leur prix respectif. La «surface de budget» ou contrainte budgétaire du consommateur est donnée par :

$$\pi_t = \rho_t$$

La surface de consommation est délimitée par le budget de l'agent, comptes tenus des prix et des quantités qui lui sont associés. En fait,  $q$  représente un «bien composite» au sens où  $q$  est composé des  $N$  biens de l'espace de consommation, et son prix est donné par le vecteur  $\pi_t$ , soit l'ensemble des prix des biens  $N$  composant le panier de biens. Les quantités composant le panier de biens  $q$  varient d'une situation de prix à une autre.

Le point d'équilibre du consommateur correspondra au point où la droite de budget est tangente à l'hypersurface  $I(q)$ . En ce point, le consommateur détermine la composition du panier de biens pour une situation de prix donnée et un revenu donné, qui lui permettra de maximiser son utilité. Le point d'équilibre est calculé pour chaque surface d'indifférence, soient  $I_1, I_2, \dots, I_N$ , correspondant à des niveaux de revenu différents  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N$  (Frisch, 1932, 80). Ensuite, il égalise les utilités consécutives à une dépense monétaire marginale. Cette solution s'écrit :

$$\frac{I^1}{\frac{\delta \rho_1}{\delta q^1}} = \frac{I^2}{\frac{\delta \rho_2}{\delta q^2}} = \dots = \frac{I^N}{\frac{\delta \rho_N}{\delta q^N}}$$

Cette égalité «représente une généralisation de la 'loi de Gossen', ou en d'autres termes indique que les 'utilités marginales' sont proportionnelles aux 'dépenses marginales'» (Frisch, 1936, 14-15). Elle traduit l'ensemble des situations d'équilibre du consommateur.

Il devient alors possible de tracer les courbes d'Engel<sup>37</sup> qui représentent les variations des dépenses consacrées aux divers biens consommés en fonction de la dépense totale dans la situation  $t$ . Dans ce cas, il s'agit d'égaliser les taux marginaux de substitution et les dépenses marginales. Frisch obtient le sentier d'expansion de la dépense totale dans l'espace des quantités de biens disponibles à  $N$  dimensions. Ainsi chaque situation  $t$  correspond-elle à un sentier d'expansion ; avec, à chaque point d'un sentier donné, une valeur associée de  $\rho$  et de  $I(q)$ .

Le sentier d'expansion, soulignons-le, correspond aux différents niveaux d'utilité que peut procurer un revenu  $\rho$  quelconque, pour une situation  $t$ , à prix constants. Il existe autant de cartes des sentiers d'expansion qu'il existe de situations de prix. Mais, pour chacune d'elles et pour chaque agent, il est possible de définir une carte des différents sentiers d'expansion. Il s'agit d'un espace de consommation à  $N$  biens. L'indice du coût de la vie est donné par le rapport entre deux revenus qui procurent un même niveau d'utilité.

Selon l'hypothèse de monotonie, «le long d'un sentier d'expansion et  $I$  variant toujours dans la même direction» (Frisch, 1936, 15), la fonction  $\rho = \rho_t(I)$  n'aura qu'une unique valeur. Soit :

$$P_{01}^{ind} = \frac{\rho_1(I)}{\rho_0(I)}$$

Cette définition des indices d'indifférence, souligne Frisch, satisfait au critère de proportionnalité, c'est-à-dire que «les deux situations avec des prix proportionnels ou des fonctions de prix ont la même expansion, avec des variations de dépenses proportionnelles le long du sentier» (Frisch, 1936, 16). Donc si  $\rho_1 = c\rho_0$ , l'indice du «coût de la vie» est alors égal à  $c$  pour le point d'équilibre  $q_1 = q_0$ , c'est-à-dire pour des paniers de biens obtenus avec deux niveaux de revenus différents qui maximisent un même niveau d'utilité.

### ***3.1. Une nouvelle définition de l'utilité marginale de la monnaie***

Il a fallu attendre la réponse de Frisch à la critique d'Allen pour le voir se concentrer sur la définition proprement économique des nombres indices. Son objectif premier reste encore l'estimation des courbes de demande. Pour ce faire, il a recours en 1936 à la procédure déjà définie à cet effet en 1926, puis reprise en 1932, mais il la modifie alors en intégrant le lien entre indice général des prix et bien composite. Ce faisant, il permet qu'en aucun cas, la flexibilité de l'utilité marginale de la monnaie, qui mesure le gain d'utilité consécutif à une dépense

<sup>37</sup> Voir les différentes étapes de l'argumentation dans Frisch (1936, 14-15).

monétaire, ne s'appuie sur l'introduction de l'indice du coût de la vie.<sup>38</sup>

Ainsi modifie-t-il la définition de l'utilité marginale nominale de la monnaie donnée en 1932 pour tenir compte de la nouvelle définition de l'indice des prix. Frisch écrit alors l'utilité marginale nominale comme le gain d'utilité consécutif à un accroissement marginal du revenu :

$$\omega_t = \frac{dI}{d\rho_t}$$

et l'utilité marginale réelle :

$$w(r) = \frac{dI}{dr}$$

En remplaçant  $dI$  dans l'équation de l'utilité marginale nominale de la monnaie par  $dI = w(r) dr$  tel qu'il nous est donné par l'équation  $w(r) = \frac{dI}{dr}$  l'utilité marginale nominale de la monnaie devient [équation 7.13 chez Frisch (1936, 13)] :

$$\omega_t = \frac{w(r)}{\frac{d\rho_t}{dr}} = \frac{w(r)}{P_t \left(1 + \frac{d \log P_t}{d \log r}\right)}$$

En comparaison au texte de 1932, l'indice de prix est dorénavant constitutif de la définition de l'utilité marginale de la monnaie pour une situation  $t$ , sans devoir reposer sur une hypothèse *ad hoc*, comme Frisch le reconnaît lui-même :

(7.13) - ici considérée comme une conséquence théorique - devrait complètement répondre à l'objection d'Allen. (...) Elle montre que ma formule originelle se tient sous la proportionnalité des dépenses, ce qui était déjà supposé dans le travail statistique proposé dans *New Methods* ... (Frisch, 1936, 34)

Cependant, Frisch n'a pas encore répondu à toutes les critiques d'Allen : il doit également prouver que l'élasticité de l'utilité marginale de la monnaie est indépendante du prix du bien composite que le consommateur se procure grâce à son revenu monétaire. Il modifie alors, dans la suite d'*Annual Survey*, sa formulation mathématique de l'élasticité de l'utilité marginale, réelle et nominale, de la monnaie telle que l'indice du coût de la vie n'y figure plus,

38 Nous ne reprenons pas ici la démonstration de Frisch. Pour une analyse détaillée de sa reformulation de l'utilité marginale de la monnaie, cf. Dupont-Kieffer (2003, chapitre 1, 96-100 et Annexe 2).

levant ainsi l'hypothèse implicitement faite sur les choix d'achat du consommateur.

### ***3.2. L'approche de Frisch dans l'histoire des indices de prix***

L'approche développée par Frisch en 1936 est une étape importante de l'histoire des indices de prix, et ouvre la voie à la construction des indices du coût de la vie, renouvelant ainsi la réflexion statistique et dépassant l'approche par le panier de biens. La réflexion sur les indices de prix est souvent présentée comme un sous-produit de l'histoire de la théorie quantitative de la monnaie. Il est vrai que les auteurs tels que Jevons, Edgeworth, ou Marshall, partagent avec beaucoup d'autres économistes de leur temps un questionnement sur les liens entre la quantité de monnaie en circulation et le niveau des prix. Ils abordent la définition d'outils de mesure du niveau des prix avec ce type d'interrogations :

Les premiers indices de prix sont associés à des tentatives de théoriser le 'niveau général des prix'. L'idée que ce 'niveau général des prix' soit une abstraction distincte qui soit une entité quantifiable était une certitude partagée par tous les premiers théoriciens qui ont construit des indices de prix. La définition d'un niveau général des prix, qui existe indépendamment des prix relatifs, fut la conséquence directe de l'attachement de ces théoriciens à la théorie quantitative de la monnaie. (Prasch, 1995, 177)

Diewert (1988) propose une lecture analytique et non historique<sup>39</sup> des prémisses des indices de prix actuellement utilisés, dont il retient cinq approches<sup>40</sup> de la mesure de l'indice de prix : 1) l'approche du panier fixe ou approche tabulaire ; 2) l'approche

---

39 Nous retenons ici la classification décrite par Diewert, mais non l'articulation qu'il décrit entre ces cinq approches. Nous considérons qu'elles ne se succèdent pas dans le temps comme autant d'alternatives, mais bien que leur ordre d'apparition soit chronologique, elles vont peu à peu se chevaucher et coexister au début du XXème siècle que ce soit dans les milieux académiques où dans les instituts de statistique.

40 La terminologie de Diewert peut être source de certaines confusions ou incompréhensions, notamment pour des économistes. Nous avons décidé d'y rester fidèle car elle retranscrit bien des manières de répondre à la question de l'évolution du pouvoir d'achat. Diewert analyse les travaux sur les indices de prix à l'aide des adjectifs 'axiomatique', 'statistique' et 'économique' : a/'axiomatique' sous-entend une approche qui s'appuie sur des tests, b/'statistique' décrit une approche qui s'appuie sur une théorie probabiliste de la moyenne et Diewert la rattache par ailleurs à un cadre théorique qui pose que les prix peuvent être compris grâce à la théorie quantitative de la monnaie, et c/'économique' renvoie à la théorie du choix du consommateur et à l'hypothèse de maximisation de l'utilité sous contrainte pour décrire les comportements de consommation des agents économiques. La deuxième approche est qualifiée de statistique car la motivation de ses tenants est, selon Diewert, de pallier les défaillances des statisticiens : ils feraient de la statistique comme Jevons, Keynes ou Marshall.

statistique et 3) l'approche axiomatique aussi appelée approche des tests; 4) l'approche économique dont Frisch sera un des premiers porte-étendards avec Konüs et Haberler et 5) l'approche de Divisia (1926). Elles sont autant de tentatives pour définir des indices de prix qui puissent rendre compte des variations du niveau de vie.

En fait, les deuxième et troisième approches sont à comprendre comme des réponses aux insuffisances et aux incomplétudes de l'approche initiale du panier fixe. Et, pour être plus complet, il faut y ajouter une troisième approche. Ces trois réponses émergent de manière plus ou moins concomitante à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle et au début du XX<sup>ème</sup> siècle. La première - l'approche des tests - s'appuie sur la théorie statistique alors que les deux autres - l'approche statistique et l'approche économique - s'appuient sur certaines propositions de la théorie économique marginaliste sur les mouvements de prix ou bien sur le comportement d'achat et de vente des agents économiques. Dans le cas de l'approche "statistique" chez Diewert (1988) ou de l'approche "probabiliste" chez Prasch (1995), il s'agit de poser une hypothèse sur le comportement soit des prix soit du consommateur. Ces différentes réponses s'élaborent tant pour compléter l'approche du panier fixe que pour proposer une alternative au débat sur la pondération du panier de biens, débat qui agite ce tournant de siècle. Une réponse singulière à ce débat sur la pondération qui oppose l'approche tabulaire (ou dite du panier fixe) et l'approche statistique sera apportée par Divisia (1926) dans un contexte où revient en force la question de l'identification du panier de biens de référence pour opérer la mesure du niveau général des prix (Armatte, 2010, 69-70).

Cette période suit pour Porter (2001, 14) un XIX<sup>ème</sup> siècle (1830-1900) marqué par une dichotomie entre les différents efforts de quantification en économie : d'une part la mathématisation de la théorie économique et d'autre part le développement d'une quantification de type empirique par le recours aux études statistiques. L'indice du coût de la vie défini en 1936 par Frisch devient un instrument qui est porteur de sens sur le réel, même s'il perd de sa portée technique voire pratique, i.e. sa dimension d'outil. L'intrication fait que la théorie économique, l'outil et la méthode statistiques, et les mathématiques sont pensés en relation les uns avec les autres. Frisch doit faire dès lors attention aux 'bagages clandestins' liés à l'introduction d'un outil statistique dans la définition d'un concept de théorie économique. C'est dans cette intrication que se fonde l'économétrie de Frisch.

L'économie mathématique et l'économie statistique se déterminent donc mutuellement. Les aller-et-retours entre ces deux pôles conduisent à définir au niveau purement théorique des concepts nouveaux. Frisch a pu ouvrir de cette façon la "boîte noire" des outils statistiques pour forger sa représentation et sa définition des

phénomènes économiques considérés, ainsi que la définition de leur mesure. Cet article est innovant à plusieurs titres, montrant comment mener le programme de recherches de l'économétrie, tel défini en 1933 dans l'éditorial du premier numéro d'*Econometrica* (Frisch, 1933) :

Il est peut-être vrai que le terme 'homothétie' n'est pas rentré dans le vocabulaire avant 1953, mais le concept fut largement compris par Haberler (1929), Frisch (1936), Bergson (1936), et Samuelson (1942). Mais la majorité de la profession n'était apparemment pas prête à accepter le besoin de postuler de sévères restrictions sur les préférences afin de justifier l'emploi des nombres indices dans l'analyse économique. C'est le destin de ce vrai génie, Frisch, dont la majorité des travaux fut incomprise et enterrée par ses contemporains, parce qu'ils étaient trop avancés pour leur temps et attendaient d'être redécouverts. (Chipman, 1998, 70)

Ainsi, en 1936, Frisch non seulement définit l'approche économique des indices de prix avec ce qui deviendra l'indice du coût de la vie mais encore il montre à cette occasion la nécessité de postuler des préférences homothétiques - ainsi nommées depuis les travaux de Shepard (1953) et Malmquist (1953) - pour décrire une fonction d'utilité indirecte. L'article «Annual Survey» (1936) deviendra ainsi un article clé et fondateur sur la théorie des indices, où il dévoile le type d'articulation entre mathématiques, théorie économique et statistique au fondement de sa pratique économétrique. Cette articulation nouvelle est fondatrice pour l'histoire de l'économétrie, elle nous permet aussi de tracer de nouvelles perspectives pour l'histoire des indices de prix.

#### **4. Conclusion**

Cet article se proposait d'analyser la manière dont Frisch construit son économétrie autour de la problématique de la mesure et plus spécifiquement autour de l'articulation entre mesure théorique et mesure empirique. Le problème semble de prime abord celui des données et de leur construction, puis du rôle de ces données dans la compréhension d'un problème économique (Desrosières, 1993). Frisch prend peu à peu conscience que les instruments statistiques employés pour saisir la «réalité» économique sont également des 'construits' et non des 'donnés'; ce sont des concepts qui impliquent des hypothèses sur la définition des objets considérés et sur les relations qui lient ces objets. Ces données statistiques apparaissent alors comme mode d'intermédiation entre la mesure abstraite - ou la représentation du monde dont se dotent les économistes- et la mesure effective des phénomènes économiques, telle qu'elle apparaît dans les données statistiques et/ou comptables.

L'enjeu de l'économétrie, sous la plume de Frisch, devient non pas simplement la validation d'un modèle théorique mais celui de l'établissement d'une correspondance entre un modèle théorique et un modèle de données. Dans le cas présenté ici, l'utilisation des indices de prix statistiques par Frisch impose donc l'emploi de moyennes de prix (des biens du panier de référence) à la place des fonctions vectorielles représentant l'ensemble des possibles. En cela, cet emploi restreint les préférences du consommateur. Il a fallu à Frisch repenser les indices de prix en intégrant cette référence à la notion de champ de préférences.

L'indice du coût de la vie défini en 1936 par Frisch devient un instrument qui est porteur de sens sur le réel, même s'il perd de sa portée technique voire pratique, i.e. sa dimension d'outil. L'intrication fait que la théorie économique, l'outil et la méthode statistiques, et les mathématiques sont pensés en relation les uns avec les autres. Frisch doit faire dès lors attention aux 'bagages clandestins' liés à l'introduction d'un outil statistique dans la définition d'un concept théorique. Cette prise de conscience l'amène à développer des instruments d'analyse qui emprunteront à l'économie mathématique et à l'économie statistique les éléments qui pourront articuler la connaissance détenue par les milieux académiques et celle issue des milieux administratifs ou des affaires. L'économétrie de Frisch et de Tinbergen jettera les ponts entre ces deux pôles de la compréhension des phénomènes économiques. Dans ce cadre, l'économétrie devrait selon Frisch s'imposer comme une science de la mesure, seule capable de donner sens à un monde par définition chaotique.<sup>41</sup> L'acte fut donc fondateur mais la reconnaissance tardive.

## Références

- Allen, Roy George Douglas. 1933. On the marginal utility of money and its application. *Economica*, 40: 186-209.
- Alt, Franz L. 1936. Über der Meßbarkeit des Nutzens. *Zeitschrift für Nationalökonomie*, 7: 161-169. Trad. anglaise in Chipman, John S., Hurwicz, Leonid, Richter, Marcel K. et Hugo F. Sonnenschein (dir.). *On the measurability of utility in Preferences, Utility, and Demand*, New York : Harcourt Brace Jovanovich, 429-431.
- Armatte, Michel. 2008. Lucien March (1859–1933) : une statistique mathématique sans probabilité. *Courrier des Statistiques*. n° 23, janvier–avril 2008.

41 Pour une présentation plus détaillée sur la conception de l'économétrie comme science de la mesure qui suppose une intrication entre trois champs disciplinaires, voir Dupont-Kieffer (2003, chapitre 5). Les liens entre philosophie du chaos et économétrie sont abordés par Frisch dans *Problems and Methods of Econometrics, The Poincaré Lectures of Ragnar Frisch*, 1933, (Bjerkholt et Dupont-Kieffer, 2009).

- Armatte, Michel. 2010. Tempêtes sur l'indice des prix. Faut-il reconstruire la mesure du coût de la vie? In Armatte, Michel. 2010. *La science économique comme ingénierie - Quantification et Modélisation*. Collection Sciences Sociales. Presses des Mines, chapitre 2, 61-79.
- Bachelard, Gaston. 1953. *Le Matérialisme rationnel*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Bjerkholt, Olav et Ariane Dupont-Kieffer. 2007. Ragnar Frisch's Axiomatic Approach in Econometrics. Working Paper for Axiomatics in Economics : the Rise and Fall, *European Conference on the History of Economics*, Siena, 4-6 October, 2007.
- Bjerkholt, Olav et Ariane Dupont-Kieffer. 2009. *Problems and Methods of Econometrics : The Poincaré Lectures of Ragnar Frisch, 1933*. Londres : Routledge.
- Bjerkholt, Olav et Ariane Dupont-Kieffer. 2010. Ragnar Frisch's Conception of Econometrics. *History of Political Economy*, 42(1): 21-73.
- Boumans, Marcel. 2001. Fisher's Instrumental Approach to Index Numbers. In Morgan Mary Susanna et Judy L. Klein (dir.). *The Age of Economic Measurement*, Annual Supplement to Volume 33, *History of Political Economy*, Durham et Londres : Duke University Press.
- Bowley, Arthur L. 1932. Review of New Methods of Measuring Marginal Utility by Ragnar Frisch. *Economic Journal*, 42: 252-256.
- Bridgman, Percy W. 1927. *The Logic of Modern Physics*. New York : MacMillan.
- Burk, Abram B. 1936. Real income, expenditure proportionality, and Frisch's New Methods of Measuring Marginal Utility. *Review of Economic Studies*, 4: 33-52.
- Chipman, John S. 1960. The Foundations of Utility. *Econometrica*, 28: 193-224.
- Chipman, John S. 1998. *The Contributions of Ragnar Frisch to Economics and Econometrics*. Contribution au Symposium at the Centennial of Ragnar Frisch, Oslo, 3-5 mars 1995. In Strøm, Steinar (dir.). *Econometrics and Economic Theory in the 20th Century : The Ragnar Frisch Centennial Symposium*, Cambridge : Cambridge University Press, 58-108.
- Chipman, John S., Leonid Hurwicz, Marcel K. Richter et Hugo F. Sonnenschein. 1971. *Preferences, Utility, and Demand*. New York : Harcourt Brace Jovanovich.
- Desrosieres, Alain. 1993. *La politique des grands nombres. Histoire de la raison statistique*. Paris : La Découverte.
- Diewert, Erwin W. 1988. *The Early History of Price Index Research. Document de travail, séries n° 2713*, New York : National Bureau of Economic Research.

- Divisia, François. 1926. *L'indice monétaire et la théorie de la demande*. Paris : Société Anonyme du recueil Sirey.
- Dupont-Kieffer, Ariane. 2003. *Ragnar Frisch et l'économétrie : l'invention de modèles et d'instruments à des fins normatives*. Thèse de doctorat, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne.
- Dupont-Kieffer, Ariane. 2012. Frisch's approach : econometrics as the science of measurement : modeling as intertwining between theoretical analysis and statistical investigation. *History of Economic Ideas*.
- Ellis, Brian. 1968. *Basic Concepts of Measurement*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Fisher, Irving. 1892. *Mathematical Investigations in the Theory of Value and Prices*. Traduction française, 1917. Paris : M. Giard et E. Brière.
- Fisher, Irving. 1927. A statistical method for measuring marginal utility and testing the justice of a progressive income tax. In Hollander, J. H., *Economic Essays, Contributed in Honor of John Bates Clark*, New York : MacMillan, 157-193.
- Frisch, Ragnar. 1926a. Kvantitativ formulering av den teoretiske oekonomisks lover [Une formulation quantitative des lois de la théorie économique]. *Statsøkonomisk Tidsskrift*, 40: 299-334.
- Frisch, Ragnar. 1926b. Sur un problème d'économie pure. *Norsk Matematisk Forenings Skrifter, Oslo, Séries I*, n 16, 1-40.
- Frisch, Ragnar. 1932. *New Methods of Measuring Marginal Utility*. Tübingen : Verlag von J. C. B. Mohr (Paul Siebeck).
- Frisch, Ragnar. 1933. Editorial. *Econometrica*, 1(1): 1-4.
- Frisch, Ragnar. 1936. Annual survey of general economic theory : The problem of index numbers. *Econometrica*, 4(1): 1-38.
- Hicks, John R. 1950. *A contribution to the Theory of the Trade Cycle*. Oxford : Clarendon Press.
- Houthakker, Hendrik S. 1960. Additive Preferences. *Econometrica*, 28(2): 244-257.
- Keynes, John Maynard. 1909. The method of index numbers with special reference to the measurement of general exchange of value. In Johnson, Elizabeth et Donald E. Moggridge (dir.). *The Collected Writings of John Maynard Keynes. vol. XI*, chapitre 2, 49-173. Londres : MacMillan.
- Lallement, Jérôme. 1985a. *Les fondements de la théorie néoclassique de la demande*. Thèse de doctorat, Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, Paris.
- Lallement, Jérôme. 1985b. L'utilité mesurée comme une grandeur physique. *Œconomia, Économies et Sociétés*. Série Politique économique, n° 3, mars, 147-171.
- Le Gall, Philippe et Claude, Menard. 1992. On sunspots, Venus movements, rocking horses, black holes and other strange stories : A review of Mary Morgan's History of Econometric Ideas. *Economics and Philosophy*, 8(2): 286-290.

- Lenfant, Jean-Sébastien. 2006. Complementarity and Demand Theory : From the 1920s to the 1940s. *History of Political Economy*, 38(Suppl. 1): 48-85. Duke University Press.
- Malmquist, Stein. 1953. Index Numbers and Indifference Surfaces. *Trabajos de Estadística*, 4: 759-766.
- Marshall, Alfred. 1887. Remedies for Fluctuations of General Prices. *Contemporary Review*, 51.
- Morgan, Mary Susanna. 1990. *The History of Econometric Ideas*. Cambridge : Cambridge University Press.
- Morgan, Mary Susanna. 1995. Evolutionary Metaphors in Explanations of American Industrial Competition. In Maasen, Sabine, Mendelsohn, Everett, et Peter Weingart (dir.). *Biology as Society, Society as Biology : Metaphors*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 311-337.
- Porter, Theodore. 2001. Economics and the History of Measurement. In Klein, Judy L. et Mary Susanna Morgan (dir.). 2001. *The Age of Economic Measurement, Annual Supplement to Volume 33, History of Political Economy*, Duke University Press, Durham and London.
- Prasch, R. E. 1995. The probability approach to index number theory, Prelude to macroeconomics. In Rima, Ingrid H. *Measurement, Quantification and Economic Analysis : Numeracy in Economics*, New York : Routledge.
- Samuelson, Paul A. 1965. Using full duality to show simultaneously additive direct and indirect utilities implies unitary price elasticity of demand. *Econometrica*, 33(4): 781-796.
- Samuelson, Paul A. 1969. Corrected formulation of direct and indirect additivity. *Econometrica*, 37(2): 355-409.
- Schultz, Henry. 1933. Frisch on the Measurement of Utility. *Journal of Political Economy*, 41(1): 95-116.
- Schultz, Henry. 1938. *The Theory and Measurement of Demand*. Chicago : University of Chicago Press.
- Shephard, Ronald William. 1953. *Cost and Production Functions*. Princeton : Princeton University Press.
- Walras, Léon. 1888. *Eléments d'Economie Politique Pure*. Paris : Economica. (première édition, 1874).
- Warren, George et Frank A. Pearson. 1928. *Interrelationships between supply and price, Cornell Agricultural Experiment Station*, Ithaca, Bulletin 466, New York, 144p.

