Einige Punkte einer Preistheorie mit Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren[1])

Von

Ragnar Frisch, Oslo, z. Zt. New Haven, Conn.

I. Einleitung

Ricardos Untersuchung über die Stellung der Rente im Preismechanismus hatte besonderen Bezug auf den Fall, wenn nur ein Gut erzeugt wird und dieses Gut auf Boden von verschiedener Fruchtbarkeit hervorgebracht werden könnte. Die Tatsache, daß nur eine beschränkte Bodenfläche in den verschiedenen Fruchtbarkeitskategorien verfügbar ist, muß dann eine bedeutende Rolle in dem Mechanismus spielen, durch den die Preise des in Frage stehenden Gutes und die Grundrente bestimmt werden. Natürlich enthielt seine Theorie auch einen Versuch, zu zeigen, wie die Lohnrate und der „Kapitalprofit" determiniert sind. In der Tat ist die Art und Weise, in der er diese Dinge kombiniert, ziemlich charakteristisch für seine ganze Untersuchung. Jetzt wollen wir jedoch unsere Aufmerksamkeit auf den Teil von Ricardos Problem konzentrieren, wo er sich mit dem Preis des Produkts und der Grundrente befaßt, d. h. wir nehmen die anderen Dinge, die in das Problem eingehen, als gegeben an.

Eine natürliche Verallgemeinerung des Problems in dieser Fassung wäre es, mehrere Güter statt eines einzigen zu betrachten. Wenn wir dies tun, so haben wir eine ganz neue Situation, welche eine neue Art

---

[1]) Der vorliegende Artikel wurde durch das Studium von Oskar Engländers Theorie der Volkswirtschaft, Erster Teil, Preisbildung und Preisaufbau. Wien: Julius Springer, 1929, angeregt. Meiner Meinung nach ist Prof. Engländers Behandlung einiger Punkte im Preisbildungsprozeß, wenn Boden und Arbeit als Produktionsfaktoren angesehen werden, ebenso wie seine Analyse an anderen Stellen des Buches irrig. Ich bereite für die Zeitschr. f. Nationalökonomie eine kritische Studie in dieser Verbindung vor. Um dieser Kritik einen guten Rückhalt zu geben, will ich zuerst meine eigene Auffassung davon darlegen, was eine konstruktive Theorie auf diesem Gebiet enthalten muß. Dies geschieht im vorliegenden Artikel. Die Kritik wird in einem folgenden Artikel gegeben werden.

Das vorliegende Exposé gibt nicht vor, eine vollständige oder endgültige Untersuchung des Problems an die Hand zu geben. In der Tat werden nur einige von den allerersten und sehr elementaren Begriffen einer solchen Untersuchung erörtert. Aber während die vorliegende Entwicklung weit davon entfernt ist, eine vollständige Lösung des Problems zu geben, hat sie doch, wie ich glaube, das bescheidene Verdienst, daß sie solche Punkte berührt, wo der wirkliche Kern des Problems liegt.

von theoretischem Werkzeug verlangt. In der ursprünglichen Stellung hatte das Problem sozusagen nur einen Freiheitsgrad, nämlich eine Veränderung der Fruchtbarkeit des Bodens, in der neuen Stellung hat es zwei Grade von Freiheit, nämlich eine Veränderung in der Fruchtbarkeit des Bodens und eine Änderung der Art des Gutes. Diese Veränderung in der Natur des Problems scheint so etwas wie eine Fallgrube für die theoretische Untersuchung zu sein. Ricardos ursprüngliches Problem mit nur einem Grad von Freiheit konnte bewältigt werden, indem man es mit Hilfe einer Variablen ausdrückte. Wenn man dies beachtet und der allgemeinen, mehr oder weniger intuitiven Tendenz folgt, in der Art einer eindimensionalen Veränderung zu denken, kann der Theoretiker dazu verleitet werden, hier und dort in die Untersuchung des allgemeinen Problems Teile dieser eindimensionalen Denkart einzuführen, woran er von der Analyse des ursprünglichen einfachen Problems gewöhnt ist. Dies kann zu schwerwiegenden Irrtümern führen. Das allgemeine Problem ist seinem Wesen nach zweidimensional und muß als solches behandelt werden.

Um dazu fähig zu sein, unsere Untersuchung über das allgemeine Problem sicher fortzuführen, wollen wir es in mathematischer Form feststellen und behandeln.

II. Festlegung des Problems und Definition der eingeführten Begriffe

Wir betrachten eine Anzahl von verschiedenen Stücken Bodens: $A, B, C \ldots\ldots X \ldots\ldots$ Wir stellen jetzt noch nichts über die „Fruchtbarkeit" dieser Stücke fest. Einer der Hauptzüge des allgemeinen Problems besteht gerade darin, daß dieser Begriff der „Fruchtbarkeit" nicht auf dieselbe einfache Art und Weise wie im Falle eines einzigen Gutes definiert werden kann. Bei dem allgemeinen Problem kann es sogar besser sein, den Begriff der „Fruchtbarkeit" gänzlich zu vermeiden. Wir nehmen daher einfach an, daß $A, B, C \ldots\ldots$ Stücke von Land sind, die auf irgendeine Art und Weise identifiziert werden können, und daß die einzelnen Flächeneinheiten in irgendeinem von diesen Stücken, sagen wir in A, in jeder Hinsicht identisch sind, welche für das vorliegende Problem eine Bedeutung hat. Ferner werden wir eine Anzahl von Gütern betrachten, welche wir mit Nr. $1, 2, \ldots j \ldots n$ bezeichnen.

Unser Problem besteht darin, wie die Erzeugung dieser verschiedenen Güter über die verschiedenen Stücke von Land verteilt werden wird (das Standortproblem), und wie die Preise der verschiedenen Güter sich gestalten werden (das Preisproblem im eingeschränkten Sinn).

Das erste, was wir bei einer Untersuchung des Problems zu tun haben, ist die Spezifizierung der technischen Bedingungen, unter denen die Produktion vor sich geht. Als ein Datum unseres Problems haben wir anzunehmen, daß ein technisches Gesetz der Produktivität für jedes Gut auf jedem einzelnen Stück Boden besteht. Jedes dieser Gesetze kann zum Beispiel durch eine Produktfunktion definiert werden. Dies ist eine Funktion, die ausdrückt, wie groß das Produkt wäre, wenn eine gegebene Menge der verschiedenen Produktionsfaktoren für die Erzeugung des Gutes Nr. j auf dem Boden X aufgewendet würde. Die Natur dieser Produktionsfunktionen wird für die Art und Weise, wie der Preismechanismus arbeitet, von grundlegender Bedeutung sein. Eine (oder einige) von diesen Produktfunktionen kann vielleicht auch gleich Null sein. Dies drückt die Tatsache aus, daß es technisch unmöglich ist, das in Frage stehende Gut auf dem entsprechenden Stück Boden zu produzieren.

Die Produktfunktionen zerfallen in zwei Hauptklassen, je nachdem ob das technische Gesetz der Produktivität, das in Frage steht, ein limitationales oder ein kompensatorisches Gesetz ist. Im ersten Falle ist die Menge jedes Produktionsfaktors einzig und allein eine bestimmte Funktion der erzeugten Menge, ist unabhängig von den Preisen der Faktoren und dem Preis des Produktes. Es gibt da keine Möglichkeit einer Substitution, so daß die Preislage die quantitative Kombination der Faktoren nicht beeinflußt. Im zweiten Fall gibt es irgendeine Möglichkeit der Substitution, so daß in diesem Fall die Aufwendungen, welche von den verschiedenen Faktoren gemacht werden, von der Preislage abhängig sind.

Ein noch allgemeinerer Fall liegt vor, wenn die Produktfunktion Ringe von limitationalen Faktoren und Ringe von kompensatorischen Faktoren enthält. Aber ich werde hier nicht weiter auf diesen allgemeinsten Fall eingehen[1]). Im folgenden will ich mich darauf beschränken, den einfachen Fall zu betrachten, wenn alle Faktoren limitationale Faktoren und alle Gesetze pari-passu-Gesetze sind. Ich nenne ein Produktivitätsgesetz ein pari - passu - Gesetz, wenn es so beschaffen ist, daß eine proportionale Steigerung aller Faktoren den Ertrag in derselben Proportion steigert. Ferner werde ich nur den Fall betrachten, in dem zwei Produktionsfaktoren, nämlich Boden und Arbeit, vorkommen. Ich nehme an, daß es nur eine Art von Arbeit gibt, aber daß verschiedene Typen von Boden vorkommen, nämlich die Typen A, B, C..., die oben näher erörtert worden sind.

In diesem Fall ist das Produktivitätsgesetz für das Gut Nr. j auf dem Boden X einzig und allein durch zwei Größen bestimmt, nämlich:

λ_j^X = Arbeitsstunden je Flächeneinheit für das Gut j auf dem Boden X (der Grad der Intensivierung)
μ_j^X = Physischer Ertrag je Flächeneinheit für das Gut j auf dem Boden X. (1)

Die Zahlen λ und μ nehmen wir als technisch gegeben an. Diese Zahlen bezeichnen nicht den Arbeitsaufwand, der wirklich gemacht

[1]) Die verschiedenen Produktivitätsgesetze werden von mir genauer in meinem demnächst erscheinenden Buch: „Marginal and Limitational Productivity“ erörtert werden.

wird, oder die Menge, welche wirklich von den verschiedenen Gütern auf den verschiedenen Stücken Boden erzeugt werden wird, wenn auf dem Markte Gleichgewicht herrscht. Die Zahlen λ und μ bezeichnen nur, wie groß die Arbeitszeit und der physische Ertrag je Flächeneinheit wäre, wenn ein gegebenes Gut auf einem gegebenen Stück Boden produziert würde.

Statt der in (1) benützten Größen könnten wir uns auch der nachfolgenden bedienen, um die Natur des Ertragsgesetzes zu charakterisieren:

λ_j^X = Arbeitsstunden je Flächeneinheit für das Gut j auf dem Boden X

ν_j^X = Physischer Ertrag je Arbeitsstunde für das Gut j auf dem Boden X. (2)

Prinzipiell ist es gleichgültig, ob die Ertragsgesetze durch (1) oder (2) charakterisiert werden, da es leicht ist, von der einen Form zur anderen überzugehen. Wir haben nämlich die einfache Beziehung:

$$\mu = \lambda \nu \tag{3}$$

und diese Beziehung gilt für jedes Subskript j und irgendein Superskript X. Aber in der Praxis kann ein kleiner Unterschied zwischen den beiden Formen in dem Sinne bestehen, daß bei gewissen Problemen eine Form für die Herausarbeitung der verschiedenen Formeln geeigneter ist als die andere.

Es gibt noch eine Anzahl von Größen, welche wir zur Charakterisierung des Ertragsgesetzes verwenden können, nämlich die folgenden:

e_j^X = der „Arbeitskoeffizient" = die Zahl der Arbeitsstunden, welche in einer physischen Einheit des Gutes j enthalten sind, wenn dieses Gut auf dem Boden X erzeugt wird.

o_j^X = der „Bodenkoeffizient" = die Zahl der Flächeneinheiten, welche in einer Einheit von j enthalten sind, wenn j auf dem Boden X erzeugt wird. (4)

Vom prinzipiellen Standpunkt aus ist (4) ebenso wie (2) und (3) für die Charakterisierung der Natur des Ertragsgesetzes gleichwertig. Wir können nämlich von dem einen System zum anderen durch folgende einfache Beziehung übergehen:

$$\begin{aligned} e &= \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{\nu} \\ o &= \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\lambda \cdot \nu}. \end{aligned} \tag{5}$$

Die letzten Formeln gelten für jedes Subskript j und jedes Superskript X.

Die wirkliche Bedeutung unserer Annahme, daß alle Ertragsgesetze limitationale Gesetze sind, besteht darin, daß alle Quantitäten in (2), (3), (4), (5) als von der gegebenen Preislage unabhängig angesehen werden können. Im wirklichen Leben wird diese Annahme sehr oft nicht gänzlich zutreffen, aber sie kann öfters in erster Annäherung erfüllt sein, sehr oft wird die Veränderung der Größen λ und ν (oder, was auf dasselbe führt, die Veränderung in irgendeinem der anderen Paare von Parametern) in engen Grenzen vor sich gehen, die technisch bestimmt sind. Bei zwei Faktoren können wir dies auf die folgende Art und Weise graphisch darstellen.

Betrachten wir ein zweidimensionales Achsensystem. Auf der einen Achse messen wir die Quantität des einen Faktors und auf der anderen Achse die Quantität des anderen. Ein Punkt in diesem Diagramm der Faktoren gibt die Kombination der Faktoren wieder. Wenn die Faktoren kontinuierlich teilbar sind, können wir infolge rein technischer Erwägungen in dem Faktorendiagramm ein bestimmtes Gebiet abgrenzen, nämlich das Gebiet, wo beide Grenzproduktivitäten positiv sind. Irgendein Anpassungsprozeß, der auf der Grundlage eines gegebenen Systems von Preisen durchgeführt wird, wird immer zu einem Punkt im Innern dieses Gebietes hinführen, ganz gleichgültig, wie das Preissystem im einzelnen Fall beschaffen ist. Wenn das pari-passu-Gesetz gilt und wenn es ein Optimum-Gesetz für jeden der Faktoren, einzeln betrachtet, gibt, dann wird das in Frage kommende Gebiet ein Sektor sein, der zwischen zwei charakteristischen, durch den Ursprung des Koordinatensystems gezogenen geraden Linie liegt. Diesen Sektor können wir das Substitutionsgebiet nennen. Bei drei Faktoren, unter Geltung des pari-passu-Gesetzes, wird das Substitutionsgebiet in ähnlicher Weise wie ein Kegel gebildet sein, aber nicht kreisförmig, sondern durch drei Flächen begrenzt, die sich in drei Rippen schneiden (die Flächen müssen nicht eben sein).

Wenn das Substitutionsgebiet sehr schmal ist, was sich bei zwei Faktoren dadurch ausdrückt, daß der Winkel zwischen den beiden geraden Linien, welche das Substitutionsgebiet begrenzen, sehr klein ist, dann ist die Möglichkeit der Veränderung für den Punkt, der die Kombination der Faktoren wiedergibt, sehr beschränkt. Stellen wir uns nun vor, daß das Gebiet immer schmäler und schmäler wird, so nähern wir uns dem Grenzfall, wo das Gebiet zu einer geraden Linie zusammenschrumpft. Dieser Grenzfall ist gerade jener, wo die beiden Faktoren limitational sind. Die Kombination der Faktoren ist nun von der Preisgestaltung unabhängig und einzig und allein durch die technisch gegebenen Zahlen, etwa λ und μ, bestimmt. Das ist jener Grenzfall, der die Grundlage vorliegender Untersuchung bildet.

Der Preis des Gutes Nr. j, in Dollars ausgedrückt, soll mit p'_j bezeichnet werden, und mit e'_j der Preis, in der Zahl der Arbeitsstunden gemessen, mit denen man eine Einheit des Produkts kaufen kann. Da wir annehmen, daß es nur eine Gattung von Arbeit gibt, ist es auch plausibel anzunehmen, daß nur ein Lohnsatz vorkommt. Diesen einzigen Lohnsatz nennen wir ω. Das heißt wir haben

$$p'_j = \omega \cdot e'_j \tag{6}$$

und diese Formel bleibt für jedes Subskript gültig. Im folgenden werden wir sehr häufig alle Werte nicht in Dollars, sondern durch die Zahl der Arbeitsstunden ausdrücken, um die man das Ding kaufen kann. Daher kann e'_j einfach als der Preis des Gutes j angesehen werden.

Ist der Preis e'_j gegeben, so können wir den Begriff des Grenzbodens für das Gut j ableiten. Dies ist ein Stück Boden, das so beschaffen ist, daß die Erzeugung des Gutes j auf diesem Boden gerade die Arbeitskosten deckt. Das heißt es gibt ein Stück Boden G von solcher Art, daß der Arbeitskoeffizient für das Gut j auf diesem Stück Boden dem Preis des Gutes j (in Arbeitsstunden gemessen) gleich ist, es gelte also für den Boden G, daß

$$e_j^G = e'_j.$$

Man muß beachten, daß dieser Begriff des Grenzbodens für das Gut j nur ein potenzieller Begriff ist. Wenn wir sagen, daß G der Grenzboden für das Gut j ist, so soll dies nicht bedeuten, daß G das „letzte" Stück Boden ist, auf den das Gut j wirklich erzeugt werden wird, wenn das Gleichgewicht hergestellt ist. Es kann sehr wohl sein, daß das Gut j ganz und gar nicht auf G produziert wird, wenn das Gleichgewicht hergestellt ist. Noch weniger soll dieser Begriff des Grenzbodens für das Gut j mit dem Begriff des Grenzbodens im allgemeinen verwechselt werden, d. h. mit dem „letzten" Stück Boden, das im Gleichgewichtspunkt wirklich bebaut wird (gleichgültig welches Gut auf diesem Boden erzeugt wird).

Es besteht die Tatsache, daß dieser Begriff eines „letzten" Stück Bodens, ob in bezug auf ein besonderes Gut oder in bezug auf die allgemeine Marktlage, in der Untersuchung verschiedener Güter auf verschiedenen Bodenstücken ziemlich schwierig zu definieren ist. Ferner ist der Begriff für den Aufbau der Theorie nicht unentbehrlich. In mancher Hinsicht ist die Einführung dieses Begriffes eher ein Hemmnis als eine Hilfe. So kann es z. B. geschehen, daß wir eine besondere Größe e'_j für den Preis des Gutes j wählen und es dann kein besonderes Stück Boden gibt, dessen Arbeitskoeffizient (für das Gut j) gleich e'_j ist. Wollten wir daher den Begriff der Rente definieren, indem wir auf den „Grenzboden" zurückgreifen, so würde uns das Schwierigkeiten bereiten. Wir müßten dann das Dasein irgendeines fiktiven Stückes Boden fordern, das einen Arbeitskoeffizienten gleich mit e'_j hat. Aber all dies ist wirklich überflüssig; wir können die Rente auf eine andere Weise definieren, die keine Berührung mit dem Grenzboden hat. Die beiden Definitionen der Rente können in folgender Form streng gegeben werden.

Die Definition der Rente durch den „Mehrwert"

Betrachten wir das Gut j auf dem Boden X. Die „Mehrwert"-definition der Rente stellt fest, daß die Rente je Flächeneinheit gleich ist dem Wert des Produkts je Flächeneinheit weniger die Arbeitskosten je Flächeneinheit. Wenn wir alle Werte in Arbeitsstunden messen, so ist, mit anderen Worten gesagt, die Rente je Flächeneinheit, die durch die Produktion des Gutes j auf dem Boden X entsteht gleich mit

$$\sigma_j^X = e'_j \mu_j^X - \lambda_j^X. \tag{7}$$

Die Definition der Rente durch den „Grenzboden"

Benützen wir den Begriff des Grenzbodens, so können wir die Rente durch folgende Erwägung definieren. Auf dem Grenzboden für das Gut j betragen die Arbeitskosten für die erzeugte Einheit e'_j und auf dem Boden X sind die Arbeitskosten für die produzierte Einheit e_j^X. Folglich wird, wenn das Gut j auf dem Boden X erzeugt wird, für jede Einheit $(e'_j - e_j^X)$ an Arbeitskosten erspart. Auf jeder Flächeneinheit von X ist folglich die Ersparnis an Arbeitskosten gleich

$$\sigma_j^X = \frac{e'_j - e_j^X}{\sigma_j^X}. \tag{8}$$

Dies ist die Definition der Rente durch den „Grenzboden". Aus der Definition der verschiedenen Quantitäten, welche in den Formeln (7) und (8) vorkommen, kann man leicht ersehen, daß die beiden Definitionen identisch sind.

Wollen wir die Rente je Flächeneinheit in Dollars statt in Arbeitsstunden messen, so müssen wir nur die Ausdrücke (7) und (8) mit dem Lohnsatz in Dollars, nämlich ω, multiplizieren.

Man muß bemerken, daß die durch (7) und (8) definierte Rente eine Nachfragerente des Gutes j für X ist. Sie ist, mit anderen Worten gesagt, ein potentieller Begriff und soll nicht mit der Rente verwechselt werden, welche wirklich auf dem Boden X bezahlt wird, wenn das Gleichgewicht des Marktes hergestellt ist. Letztere Größe können wir die Gleichgewichtsrente auf X nennen. Wir werden sie mit σ^X bezeichnen.

Die Gleichgewichtsrente σ^X muß einleuchtenderweise folgende Bedingung erfüllen: Wenn wir in den Ausdruck (7) (oder, was auf dasselbe hinausläuft, (8)) die Gleichgewichtspreise $e'_1, e'_2 \ldots$ einführen und eine (oder mehrere) von den Größen $\sigma_1^X, \sigma_2^X \ldots$, die wir so gewonnen haben, positiv sind, so muß die Gleichgewichtsrente σ^X mit der größten von den Quantitäten $\sigma_1^X, \sigma_2^X \ldots$ gleich sein. Wenn aber keine der so gewonnenen möglichen Renten positiv ist, muß die Gleichgewichtsrente σ^X gleich Null sein. Wir können dies formulieren, indem wir das folgende Prinzip der Gleichgewichtsrente aufstellen:

$$\sigma^X = Max\,[0, \sigma_1^X \ldots \sigma_n^X] \tag{9}$$

Es gibt noch ein anderes Prinzip bezüglich der Rente, das mit Nutzen aufgestellt werden kann: Wenn die Gleichgewichtsrente auf dem Stück Boden X positiv ist, d. h. wenn wirklich eine positive Rente von X gezahlt wird, sobald das Gleichgewicht hergestellt ist, dann müssen wir annehmen, daß das gesamte Bodenstück X ausgenützt wird. Die

Situation, in der ein Teil von X nicht bebaut wird, ist damit unverträglich, daß eine positive Rente auf einem anderen Teil von X bezahlt wird. Dies folgt einfach aus unserer Annahme, daß das Stück Boden X homogen ist, und daß freie Konkurrenz herrscht. Dieses Prinzip wollen wir das Prinzip der vollständigen Ausnützung nennen. Wir können es durch folgende Formel ausdrücken:

$$\sigma^X [O^X - (O_1^X + \ldots + O_n^X)] = 0 \tag{10}$$

wobei O^X die gesamte Bodenfläche von X bezeichnet und $O_1^X \ldots O_n^X$ die Flächen von X, die wirklich für die Produktion der Güter Nr. $1 \ldots n$ im Gleichgewichtspunkt benützt werden. Hiezu sei bemerkt, daß (10) nicht den Gedanken ausdrückt, daß X immer zur Gänze ausgenützt werde. Es wird nur festgestellt, daß dies so sein muß, wenn σ^X sich von Null unterscheidet. Wenn σ^X gleich Null ist, dann folgt nicht aus (10), daß $O^X = O_1^X + \ldots . + O_n^X$.

III. Ein Stück Boden und zwei Güter

Wir gehen nun daran, zu erörtern, wie sich das Gleichgewicht herstellen wird, wenn wir ein Stück Boden A und zwei Güter Nr. 1 und 2 haben, welche miteinander um A im Wettstreit liegen. Welches von den beiden Gütern bei dieser Konkurrenz die Oberhand behalten wird, das wird von dem Preis der beiden Güter abhängen. Wenn diese Preise sich verändern, wird eine charakteristische Veränderung in der Produktionslage eintreten. Das Wesen dieser Veränderung kann in folgender Weise graphisch dargestellt werden.

Wir konstruieren ein zweidimensionales Diagramm. Entlang der horizontalen Achse messen wir den Preis e'_1 des Gutes Nr. 1 und auf der vertikalen Achse messen wir den Preis e'_2 des Gutes Nr. 2. Ein Punkt in diesem Diagramm bezeichnet eine bestimmte Preislage. Eine bestimmte Bewegung des Preispunktes im Diagramm wird eine bestimmte Entwicklung der Preislage wiedergeben.

Es gibt in dem Diagramm einen gewissen Punkt, der besonderes Interesse erweckt, nämlich der Punkt, dessen Koordinaten folgende sind:

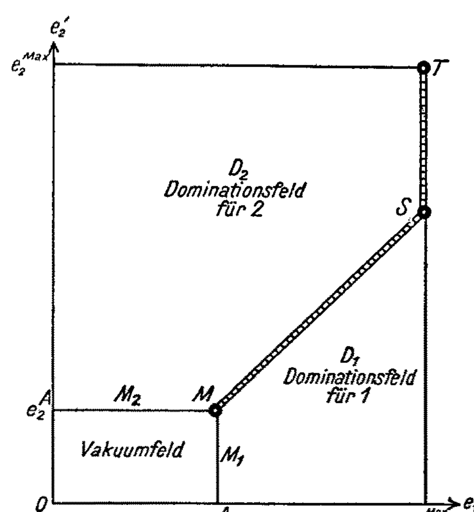

Abb. 1

$$
\begin{aligned}
e_1^A &= \frac{\lambda_1^A}{\mu_1^A} \\
e_2^A &= \frac{\lambda_2^A}{\mu_2^A},
\end{aligned} \tag{11}
$$

d. h. der Punkt, dessen Koordinaten dem Arbeitskoeffizienten für 1 und dem Arbeitskoeffizienten für 2, beides auf A, gleich sind. Diesen Punkt wollen wir den Grenzpunkt auf A nennen. In Abb. 1 ist er mit M bezeichnet.

Das Rechteck in Abb. 1, dessen gegenüberliegende Ecken der Ursprung O und der Grenzpunkt M sind, und dessen zwei Seiten in den Koordinatenachsen liegen, werden wir das Vakuumfeld auf A nennen. Wenn der Preispunkt in dem Vakuumfeld liegt, dann wird es weder möglich sein 1 noch 2 zu erzeugen, selbst dann nicht, wenn das Land spesenfrei zur Verfügung steht. In diesem Fall decken die Preise der Güter selbst die Arbeitskosten nicht. Die senkrechte Linie von M auf die e_1'-Achse werden wir die Grenzlinie für 1 auf A nennen. In Abb. 1 ist diese Linie mit M_1 bezeichnet. Die Senkrechte von M auf die e'_2-Achse werden wir die Grenzlinie für 2 auf A nennen. In Abb. 1 ist sie mit M_2 bezeichnet.

Wenn der Preispunkt auf M_1 (aber nicht im Punkt M) liegt, dann ist A Grenzboden für 1, während der Preis von 2 nicht einmal die Arbeitskosten deckt. Wenn der Preispunkt auf M_2 (aber nicht in M) gelegen ist, haben wir die entgegengesetzte Situation. Wenn der Preispunkt gerade im Punkt M liegt, dann ist A gleichzeitig Grenzboden für 1 und 2.

Wir wollen annehmen, daß die ganze Nachfrage nach 1 verschwindet, wenn der Preis von 1 über eine bestimmte Grenze e_1^{max} wächst. Entsprechend nehmen wir auch eine bestimmte Grenze e_2^{max} für den Preis von 2 an. Nun sei T der Punkt in dem Preisdiagramm, der die entsprechenden Koordinaten e_1^{max} und e_2^{max} hat. Diesen Punkt wollen wir den Fluchtpunkt (vanishing point) nennen. Das Rechteck, dessen gegenüberliegende Ecken O und T sind und von dem zwei Seiten in den e_1'- und e_2'-Achsen liegen, werden wir das Nachfragerechteck nennen. Wir können annehmen, daß $e_1^{max} > e_1^A$ und ebenso, daß $e_2^{max} > e_2^A$ Wir nehmen, mit anderen Worten gesagt, an, daß T über und rechts von M liegt. Wenn $e_1^{max} < e_1^A$, so bedeutet das, daß die Nachfrage nach 1 schon verschwindet, noch bevor der Preis von 1 jenes Niveau erreicht hat, in dem die Arbeitskosten gedeckt sind. In diesem Falle können wir einfach von dem Gute 1 gänzlich absehen. Die Untersuchung würde sich, anders ausgedrückt, auf die Untersuchung des Preisbildungsvorganges des Gutes 2 allein beschränken. Eine ähnliche Erwägung greift Platz, wenn $e_2^{max} < e_2^A$.

Betrachten wir nun die Verteilung der zwei Nachfragerenten σ_1^A und σ_2^A über die verschiedenen Punkte im Preisdiagramm. Mit jedem Punkt (e_1', e_2') im Preisdiagramm ist einleuchtenderweise eine bestimmte Größe von σ_1^A und ebenso eine bestimmte Größe von σ_2^A verbunden, wobei diese beiden Größen durch die Formel (7) gegeben sind. Um die Verteilung der Rentenwerte zu untersuchen, ziehen wir von dem Grenzpunkt M im Preisdiagramm eine gerade Linie, deren Richtungskoeffizienten (o_1^A, o_2^A) sind. Die beiden Zahlen o_1^A und o_2^A sind die Bodenkoeffizienten auf A, welche nach unserer Voraussetzung technisch gegeben sind. Die gerade Linie durch M, die wir hier betrachten, stellt alle jene Preispunkte (e_1', e_2') dar, für welche

$$\frac{e'_1 - e_1^A}{o_1^A} = \frac{e'_2 - e_2^A}{o_2^A}, \tag{12}$$

d. h. diese Linie stellt solche Preispunkte dar, bei denen $\sigma_1^A = \sigma_2^A$, mit anderen Worten, solche Punkte, wo die beiden Güter dieselbe Rente je Flächeneinheit bezahlen können. Es sei S der Punkt, wo diese Linie aus dem Nachfragerechteck heraustritt. Dieser Punkt muß entweder auf der Vertikalen $(e_1' = e_1^{max})$ oder auf der Horizontalen $(e'_2 = e_2^{max})$ gelegen sein. Die gerade Linie (MS) wollen wir die Teilungslinie auf A nennen. In jedem Punkt dieser Linie stehen die beiden Güter gleich stark im Wettbewerb um A.

Im Anfangspunkt der Teilungslinie M ist die angebotene Rente (sowohl für 1 als auch für 2) gleich Null, und wenn wir uns längs der Teilungslinie in der Richtung nach S bewegen, berühren wir nacheinander Preispunkte, wo die Rente ständig steigt. Wir können uns vorstellen, daß wir entlang der Teilungslinie eine Skala anlegen und auf dieser die Höhe der Rente in jedem Punkt angeben. Diese Skala wird eine gewöhnliche arithmetische Skala mit gleichen Abständen zwischen den aufeinanderfolgenden Ablesepunkten sein. Wenn wir den Abstand von M, längs der Teilungslinie gemessen, verdoppeln, verdreifachen, vervierfachen usw., werden wir nämlich auch die Rente verdoppeln, verdreifachen, vervierfachen usw. Dies folgt unmittelbar aus der Formel (7).

Den Teil des Nachfragerechteckes, der unter der Teilungslinie und rechts von ihr liegt, werden wir das Dominationsfeld (domination field) für 1 auf A nennen und ihn mit D_1 bezeichnen; den Teil des Nachfragerechteckes aber, der über der Teilungslinie und links von ihr liegt, werden wir das Dominationsfeld für 2 auf A nennen und mit D_2 bezeichnen. Wenn der Preispunkt innerhalb D_1 liegt, dann kann das Gut 1 eine Rente für die Flächeneinheit bezahlen, die positiv ist (dann deckt der Preis von 1 mehr als die Kosten), und diese positive Rente ist noch dazu größer als die Rente, die das Gut 2 bei dieser Preislage hervorbringen kann. Daher kommt der Name Dominationsfeld für 1. Bei D_2 haben wir die entgegengesetzte Situation.

Wenn wir mit einem Preispunkt beginnen, der innerhalb von D_1 gelegen ist, und diesen Punkt sich gegen die Teilungslinie hinbewegen lassen, so wird die Vorherrschaft von 1 immer geringer, weil die Konkurrenz von 2 sich immer mehr fühlbar zu machen beginnt. Lassen wir aber den Punkt sich nicht in die Richtung gegen die Teilungslinie zu bewegen, sondern nach M_1 hin, so wird die Stellung des Gutes 1 geschwächt, nicht weil der Wettbewerb des Gutes 2 um A fühlbar wird, sondern weil der Überschuß über die eigenen Arbeitskosten des Gutes 1 verschwindet.

Die Abb. 1 wollen wir das Teilungsbild für A nennen. Die Zeichnung der Linien in Abb. 1, die aus den zwei Grenzlinien und der Teilungslinie besteht, wollen wir die Teilungszeichnung für A nennen. Das Achsensystem (e_1', e_2') werden wir weiterhin das Preisdiagramm nennen.

Unter Benützung der beiden oben dargelegten Prinzipien, nämlich des Prinzips der Gleichgewichtsrente und des Prinzips der vollständigen Ausnützung, können wir nun mit jedem Punkt im Preisdiagramm eine bestimmte Lage in bezug auf die Ausnützung von A verbinden. Wenn wir nur die Produktionsbedingungen in Betracht ziehen, kommen wir zu folgenden Ergebnissen:

In jedem Punkt innerhalb von D_1 wird A immer vollständig ausgenützt sein, wobei 1 das einzige Gut ist, das auf A erzeugt wird. Und in jedem Punkt innerhalb von D_2 wird A ebenfalls zur Gänze ausgenützt werden, aber nun zur ausschließlichen Produktion des Gutes 2.

In einem Punkt auf der Teilungslinie wird A ebenfalls vollständig ausgenützt werden, aber in diesem Falle entweder nur für die Produktion des Gutes 1 oder nur des Gutes 2, oder A kann auch in einem gewissen, jetzt noch nicht bestimmbaren Verhältnis zwischen 1 und 2 geteilt sein.

Ferner sehen wir, daß in jedem Punkt der Linie M_1 A entweder ganz oder teilweise ausgenützt wird. Wenn A gänzlich ausgenützt wird, geschieht dies nur zur Erzeugung des Gutes 1. Das Gut 2 wird auf A niemals erzeugt werden, wenn der Preispunkt auf der Linie M_1 (außerhalb des Grenzpunktes M) liegt. Auf jedem Punkt der Linie M_2 haben wir ebenfalls die Situation, daß A entweder zur Gänze oder teilweise ausgenützt wird. Wenn A zur Gänze ausgenützt wird, so geschieht es nun für die Erzeugung des Gutes 2. Im Punkt M liegt ebenfalls die Situation vor, daß A entweder zur Gänze oder teilweise ausgenützt wird. Dies kann entweder zur ausschließlichen Erzeugung des Gutes 1 oder ausschließlich zur Erzeugung des Gutes 2 geschehen oder teilweise für das Gut 1 und teilweise zur Erzeugung von 2. Das Verhältnis, in dem A zwischen 1 und 2 geteilt wird, ist jetzt noch nicht bestimmt, aber wird später durch Kenntnisnahme der Bedingungen auf der Nachfrageseite bestimmt werden.

In jedem Punkt des Vakuumfeldes wird A weder zur Erzeugung von 1 noch von 2 verwendet werden.

Auf der Grundlage der bisher entwickelten Prinzipien können wir nun zwei Funktionen konstruieren, welche ausdrücken, wie das Angebot der beiden Güter sich mit den Preisen (e'_1, e'_2) verändert. Das Angebot der beiden Güter wird in dem Sinne korreliert sein, daß die angebotene Menge von 1 nicht nur von dem Preis des Gutes 1, sondern auch von dem Preise des Gutes 2 abhängig ist. Dasselbe gilt für die angebotene Menge von 2.

In jedem Punkt innerhalb von D_2 wird die angebotene Menge von 2 eine Konstante sein, nämlich

$$u_2 = \mu_2^A \cdot O^A \tag{13}$$

wobei μ_2^A die gegebene Zahl, welche das Produkt von 2 auf A je Flächeneinheit ausdrückt und O^A die gesamte Bodenfläche von A ist; letztere ist ebenfalls gegeben.

Auf der Grenzlinie M_2, auf der Teilungslinie $M\,S$ und in dem Punkt M liegt die angebotene Menge zwischen der durch (13) gegebenen Grenze und der Grenze $u_2 = O$, aber innerhalb dieser beiden Grenzen ist sie noch unbestimmt. An jeder anderen Stelle im Preisdiagramm wird die angebotene Menge von 2 gleich Null sein.

Wenn wir die in dieser Weise bestimmte Angebotsfunktion für das Gut 2 durch eine Fläche wiedergeben, erhalten wir die Zeichnung in Abb. 2

Dies will besagen, daß die Angebotsfläche des Gutes 2 die Form einer überall gleich hohen Schachtel hat, welche das Dominationsfeld D_2 bedeckt und deren Seiten senkrecht auf der Teilungslinie und der Grenzlinie für 2 stehen. Die Höhe dieser Schachtel ist der durch (13) bestimmten Quantität gleich.

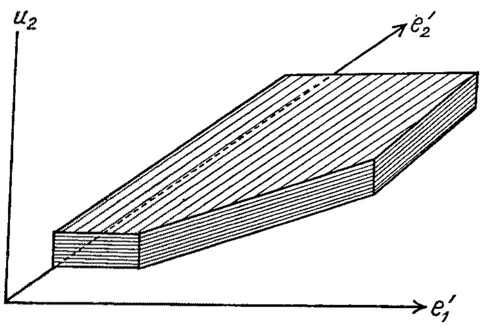

Abb. 2

Die Angebotsfläche für 1 wird aus einer ähnlichen Schachtel bestehen, welche das Dominationsfeld D_1 bedeckt.

Wir wollen nun überlegen, wie diese Konstruktion mit einer Untersuchung der charakteristischen Erscheinungen auf der Nachfrageseite kombiniert werden kann. Wenn der Preispunkt entweder innerhalb von D_2 oder auf der Linie M_2 (aber außerhalb von M) gelegen ist, dann ist, wie wir bereits gesehen haben, das Gut 1 von der Produktion ausgeschlossen. Doch zur selben Zeit besteht eine wirksame Nachfrage nach 1. In der Tat liegt der Preispunkt, der in Frage kommt, innerhalb des Nachfragerechteckes. Kein Punkt in D_2 oder auf M_2 (außerhalb von M) kann daher ein Gleichgewichtspunkt sein. Dasselbe gilt auch für einen Punkt, der entweder innerhalb von D_1 oder auf M_1 (außerhalb von M) gelegen ist.

Ein Punkt, der ein Gleichgewichtspunkt des Preises sein soll, muß infolgedessen auf der Linie ($M\,S\,T$) der Abb. 1 liegen. Diese Linie wollen wir daher die Möglichkeitslinie nennen.

Wir haben auf diese Weise das Problem auf folgendes reduziert: In welchem Punkt der Möglichkeitslinie wird sich das Preisgleichgewicht festsetzen? Dies wird von der gesamten Bodenfläche von A abhängen. Wir wollen nun zeigen, wie die endgültige Festlegung des Preisgleichgewichtes durch Kenntnis dieser Bodenfläche bestimmt werden kann.

In jedem Punkt der Möglichkeitslinie ist die Preislage festgelegt. Daher ist auch durch die Nachfragefunktionen festgesetzt, wieviel von den beiden Gütern erzeugt werden muß, um die Nachfrage zu befriedigen. Folglich ist auch festgelegt, wieviel Boden bei dieser Preislage gebraucht wird. Daher ist mit jedem Punkt entlang der Möglichkeitslinie eine bestimmte Größe der Bodenfläche verbunden, welche bei dieser Preislage gebraucht wird. Diese Bodenfläche ist in M am größten, weil hier die Preise der Güter am niedrigsten sind, so daß wir die größten Quantitäten der beiden Güter brauchen, um die Nachfrage zu befriedigen. Die nachgefragte Bodenfläche wird sich vermindern, wenn wir uns längs der Möglichkeitslinie von M nach S und dann nach T hin bewegen. In T ist die nachgefragte Bodenfläche Null, weil hier sowohl die Nachfrage nach dem Gut 1 als auch nach dem Gut 2 verschwindet. Wir können uns vorstellen, daß wir entlang der Möglichkeitslinie von M nach S und dann nach T eine Skala anlegen, auf der wir vermerken, wie groß für jeden Punkt die nachgefragte Bodenfläche ist. Der Abstand zwischen den Teilungspunkten auf dieser Skala wird nicht gleich groß sein, sondern sich nach einem bestimmten Gesetz verändern, das von der Natur der Nachfrage abhängt.

In jedem Punkt der Möglichkeitslinie ist ebenfalls bestimmt, wie groß die Rente für die Flächeneinheit sein müßte, wenn dieser Preispunkt ein Gleichgewichtspunkt sein sollte. Die Veränderung dieser Rente ist durch die oben betrachtete Skala entlang $(M\,S\,T)$ gegeben. Entlang $(M\,S)$ ist die Rente je Flächeneinheit für das Gut 1 und 2 gleich groß. Entlang $(S\,T)$ haben wir nur von der Rente für 2 Kenntnis zu nehmen, da hier 1 vom Wettbewerb ausgeschlossen ist. Die Abbildung könnte natürlich auch so gezeichnet sein, daß $(S\,T)$ auf der oberen, waagrechten Seite des Nachfragerechteckes läge. In diesem Falle wäre es das Gut 2 gewesen, das entlang $(S\,T)$ ausgeschieden worden wäre. Welche von den beiden Möglichkeiten im Einzelfall vorliegt, hängt von dem technischen Koeffizienten ab.

Die Veränderung der Rente entlang der Möglichkeitslinie vollzieht sich nach der entgegengesetzten Richtung wie die Veränderung der Nachfrage nach der Bodenfläche. Die Rente je Flächeneinheit ist in T am höchsten. Wir können dies so betrachten, wie wenn die Rente hier prohibitiv wirkte und es unmöglich machte, mit der Erzeugung der Güter zu beginnen. Von T an sinkt die Rente, wenn wir uns in der Richtung nach S und dann nach M hin bewegen. In M wird die Rente gleich Null. Nun haben wir zwei Skalen entlang $(M\,S\,T)$, wovon die eine die Rente und die andere die Bodenfläche wiedergibt. Diese beiden Skalen definieren eine bestimmte Kovariation zwischen der Rente je Flächeneinheit und der Bodenfläche, nach der bei dieser Rente Nachfrage besteht. Diese Kovariation ist nichts anderes als eine gewöhnliche Nachfragetabelle nach der Bodenfläche. Diese in Frage stehende Nachfragetabelle kann genauer folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$O = o_1^A \cdot \psi_1 (o_1^A \sigma + e_1^A) + o_2^A \cdot \psi_2 (o_2^A \sigma + e_2^A), \tag{14}$$

wo O die nachgefragte Bodenfläche, σ die Rente je Flächeneinheit und

$$u_1 = \psi_1 (e'_1) \qquad u_2 = \psi_2 (e'_2) \tag{15}$$

die Nachfragefunktionen für die einzelnen Güter sind. Wir haben hier angenommen, daß die Nachfragen nach den beiden Gütern voneinander unabhängig sind, aber es wäre nicht schwierig, unsere Beweisführung für den Fall zu verallgemeinern, wo die beiden Nachfragen voneinander abhängen.

Die Nachfragetabelle nach der Bodenfläche, welche durch Formel (14) gegeben ist, kann graphisch durch eine Nachfragekurve vom üblichen Typus wiedergegeben werden. Wir erhalten dann ein Bild, wie es in Abb. 3 wiedergegeben ist.

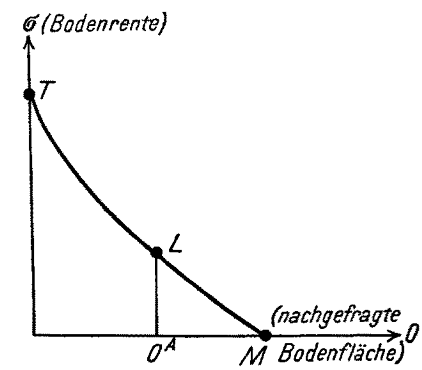

Abb. 3

Auf der Vertikalachse dieser Abbildung messen wir die Größe σ der Rente je Flächeneinheit und auf der Horizontalachse die Größe O der Bodenfläche, welche bei dieser Rente nachgefragt wird. Weil die gesamte Bodenfläche O^A von A gegeben ist, gibt es einen und nur einen Punkt, der als Gleichgewichtspunkt bestimmt ist, nämlich den Punkt L, wo die vertikale Linie auf den Punkt O^A der Abszisse die Nachfragekurve schneidet. Wenn O^A größer ist als der Punkt M der Abszisse, in dem die Nachfragekurve die O-Achse schneidet, dann ist die Rente je Flächeneinheit gleich Null und ein Teil der gesamten Bodenfläche wird nicht ausgenützt werden. In diesem Falle zeigt der ganze Preismechanismus nur das Spiel zwischen den Arbeitskosten und der Nachfrage nach den beiden Gütern.

IV. Ein Stück Boden und drei Güter

Haben wir drei Güter, welche miteinander um ein Stück Boden in Wettbewerb stehen, so erhalten wir eine dreidimensionale Teilungsfigur, wie sie Abb. 4 zeigt.

Das Vakuumfeld wird in diesem Fall eine Schachtel mit den drei Achsen (e'_1, e'_2, e'_3) als den drei Seiten, welche sich in einer Ecke schneiden, die gleichzeitig der Ursprung O des dreidimensionalen Achsensystems ist. Die Ecke dieser Schachtel, welche O gegenüberliegt, ist der Grenzpunkt M. Die Teilungslinie ist die gerade Linie im Raum, die von M ausgeht und durch folgende Gleichungen bestimmt ist:

$$\frac{e'_1 - e_1^A}{o_1^A} = \frac{e'_2 - e_2^A}{o_2^A} = \frac{e'_3 - e_3^A}{o_3^A} \tag{16}$$

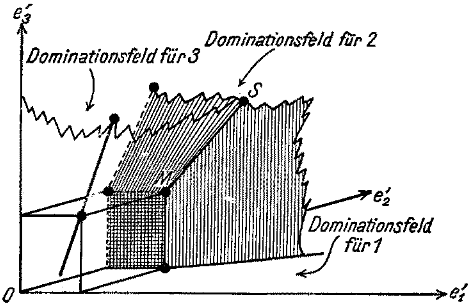

Abb. 4

d. h. durch die Gleichungen $\sigma_1{}^A = \sigma_2{}^A = \sigma_3{}^A$.

Wenn wir die drei Gleichungen:

$$\begin{aligned} \sigma_1{}^A &= \sigma_2{}^A \\ \sigma_1{}^A &= \sigma_3{}^A \\ \sigma_2{}^A &= \sigma_3{}^A \end{aligned} \tag{17}$$

gesondert betrachten, so haben wir die Bestimmung der drei Teilungs*ebenen*, welche alle durch die Teilungslinie gehen. Diese drei Ebenen bilden zusammen mit den Koordinatenebenen drei trichterförmige Räume, die die entsprechenden Dominationsfelder für die Güter 1, 2, 3 sind (vgl. hiezu Abb. 4).

Wir können uns auch vorstellen, daß wir in Abb. 4 eine Schachtel konstruieren, welche diejenigen Preise repräsentiert, bei denen die Nachfrage nach allen drei Gütern noch *wirksam* ist. Ebenso wie wir in dem Falle mit zwei Variablen angenommen haben, daß das Vakuumfeld zur Gänze in dem Nachfragerechteck eingeschlossen sei, können wir nun annehmen, daß die „Vakuumschachtel" ganz in der „Nachfrageschachtel" eingeschlossen ist. Wenn es sich nicht so verhielte, so hätten wir einfach eine Situation, wo eines (oder mehrere) von den in Frage stehenden Gütern gar nicht erzeugt werden könnte, weil die Nachfrage schon verschwunden ist, ehe der Preis genügend hoch ist, um die Arbeitskosten zu decken. Es kann, mit anderen Worten gesagt, das betreffende Gut aus unserer Betrachtung gänzlich ausgeschieden werden, da sich das Problem auf das Problem mit zwei Gütern reduziert. Wenn dies der Fall ist, so können wir annehmen, daß die Teilungslinie aus der Nachfrageschachtel durch eine Wand dieser Schachtel hinaustritt; es sei S der Punkt, wo sie austritt.

Das Gebiet der Möglichkeit wird nun durch die Teilungslinie ($M\,S$) und einen gewissen Teil der Nachfragewand gebildet, durch die die Teilungslinie hinaustritt. Wenn wir das Problem noch weiter vereinfachen, so können wir die Untersuchung auf den Fall einschränken, in dem das Gebiet der Möglichkeit nur aus der Teilungslinie ($M\,S$) besteht. Wir können annehmen, es liege ein solcher Fall vor, daß, wenn der Gleichgewichtspunkt erreicht ist, alle drei in Frage stehenden Güter *wirklich erzeugt werden*. Wir sehen, mit anderen Worten gesagt, von dem Fall ab, wo eines der Güter vollständig vom Markt verschwindet, wenn der Gleichgewichtspunkt erreicht ist. Dies will besagen, daß wir nicht allein von dem Fall absehen, wenn ein Gut verschwindet, weil es keinen Ort gibt, wo es eine positive Rente hervorbringt (d. h. weil die Vakuumschachtel aus der Nachfrageschachtel in der Richtung der Preisachse dieses Gutes hinaustritt), sondern wir sehen auch von dem Fall ab, wo eines von den Gütern verschwindet, weil es keinen Ort gibt, wo es eine Rente hervorbringen kann, die so hoch ist wie die Renten, welche die mit ihm konkurrierenden Güter darbieten (d. h. wir sehen von dem Fall ab, wo das Gleichgewicht in einem Punkt stattfindet, der in einer der Nachfragewände liegt). Wenn diese Annahme gemacht wird, dann besteht das Möglichkeitsgebiet nur aus der Teilungslinie ($M\ S$).

Was von der Untersuchung in dem Fall übrigbleibt, wenn drei Güter miteinander um ein Stück Land im Wettbewerb stehen, ist einfach. Es ist vollkommen ähnlich der Untersuchung des Falles von zwei Gütern. Wir vermerken, daß mit jedem Punkt auf der Teilungslinie ($M\ S$) auch in diesem dreidimensionalen Fall eine bestimmte Größe der Grundrente verbunden ist, nämlich die Größe, welche durch die Rentenformel (8) gegeben ist. (Entlang der Teilungslinie ist die Rente für die verschiedenen Güter, nach Formel (8) berechnet, gleich groß. In dieser Gleichheit liegt gerade die Definition der Teilungslinie.) Fernerhin bemerken wir, daß mit jedem Punkt der Teilungslinie eine bestimmte Größe der Gesamtfläche verbunden ist, nämlich die Gesamtfläche, welche benutzt werden müßte, wenn die Nachfragen nach den drei Gütern, wie sie durch die Nachfragefunktionen bestimmt sind, befriedigt werden sollten. Dies gibt uns eine Nachfragekurve für die Bodenfläche und die Kombination zwischen dieser Nachfragekurve und der gesamten Bodenfläche O^A, welche als gegeben angenommen ist, führt zu einer einzigen Lösung des Gleichgewichtsproblems. Die Verallgemeinerung dieser Untersuchung für den Fall von n Gütern, die um ein Stück Boden im Wettbewerb stehen, ist ganz auf der Hand liegend.

V. Zwei Stück Boden

Wir gehen nun zu dem Fall über, wo wir zwei Stücke Boden haben. In diesem Falle wird die besondere graphische Darstellung, deren wir uns bedient haben, ganz besonders nützlich sein.

In dem Fall von zwei Gütern, 1 und 2, die um zwei Stück Boden, A und B, im Wettbewerb stehen, erhalten wir die in Abb. 5 wiedergegebene Lage.

Der erste Quadrant in Abb. 5 ist das Preisdiagramm. Hier haben wir die Teilungszeichnung für A und die Teilungszeichnung für B wiedergegeben. Die linke Horizontalachse repräsentiert die erzeugte Quantität des Gutes 2, so daß der zweite Quadrant (der Quadrant in der oberen Ecke links) ein Achsensystem ist, wo die Nachfragekurve für 2 gezeichnet werden kann. Diese Kurve sei E_2.

Ähnlich können wir die Nachfragekurve für 1 im vierten Quadranten (in dem Quadranten rechts unten) wiedergeben. Sie sei E_1. Hiezu muß man bemerken, daß die positive u_1-Achse nach unten und die positive u_2-Achse nach links geht.

Es seien A und B in Abb. 5 die Grenzpunkte auf den entsprechenden Bodenstücken A und B. Ziehen wir eine horizontale Linie von A nach links, bis wir einen Abstand von der e'_2-Achse erreichen, der der Quantität

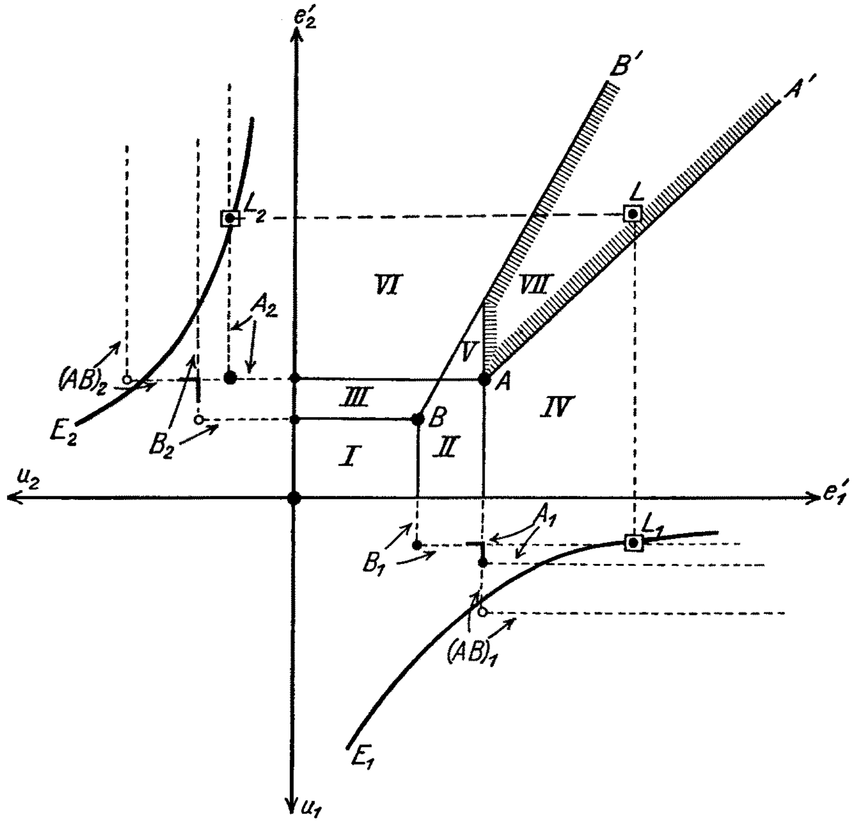

Abb. 5

von 2 gleich ist, die auf A erzeugt werden kann, wenn das ganze A zur Produktion von 2 benutzt wird. Ist dieser Punkt erreicht, so wenden wir unsere Linie nach oben und setzen sie gerade und vertikal fort. Hiedurch erhalten wir die mit A_2 bezeichnete gebrochene Linie im zweiten Quadranten. Diese Linie gibt das Angebot von 2 wieder, das von A kommt, vorausgesetzt, daß der Preispunkt innerhalb des Dominationsfeldes für 2 auf A gelegen ist. In ähnlicher Weise gibt die Kurve B_2 im zweiten Quadranten das Angebot des Gutes 2 wieder, das von B kommt, wenn der Preispunkt in dem Dominationsfeld für 2 auf B gelegen ist. Die Kurve $(A\ B)_2$ gibt die Zusammenfassung der beiden Angebotskurven A_2 und B_2 wieder. Die Kurve $(A\ B)_2$ ist also für den Fall gültig, wenn der Preispunkt gleichzeitig in dem Dominationsfeld für 2 auf A und für 2 auf B gelegen ist. Dieser Teil des Preisdiagramms ist in Abb. 5 mit VI bezeichnet. Ähnlich haben wir im vierten Quadranten die Kurven A_1, B_1 und $(A\ B)_1$.

Wir wollen nun sehen, wie wir zunächst durch eine Untersuchung der Abb. 5 ein gewisses M ö g l i c h k e i t s g e b i e t und dann einen bestimmten

Punkt innerhalb dieses Gebietes bestimmen können, wo das Gleichgewicht eintreten muß. Betrachten wir nacheinander die sechs Teile I bis VI im Preisdiagramm.

I ist sowohl für A als auch für B ein Vakuumfeld. Daher ist es unmöglich, daß das Gleichgewicht des Preises sich im Innern dieses Gebietes herstelle. Auch auf der oberen (horizontalen) Grenzlinie des Gebietes I kann sich der Gleichgewichtspunkt unmöglich festsetzen, denn wenn der Gleichgewichtspunkt auf dieser Linie gelegen wäre, dann müßte E_2 die Kurve B_2 im niedrigeren horizontalen Teil von B_2 schneiden, und dies ist bei der in Abb. 5 wiedergegebenen Lage nicht der Fall. Aus einem analogen Grund ist auch die rechte (vertikale) Grenzlinie des Gebietes I ausgeschlossen.

Im Innern von II kann sich ebenfalls unmöglich das Gleichgewicht festlegen, unter anderem deshalb, weil für jeden Preispunkt im Gebiet II die Kurve B_1 unter der Kurve E_1 gelegen ist. Wenn sich daher der Gleichgewichtspunkt im Innern von II festsetzt, dann würde eine bestimmte Quantität des Gutes 1 (nämlich auf B) erzeugt werden, aber nicht genug, um die Nachfrage nach 1 zu decken. Auf der rechten Grenzlinie von II kommt die Produktion von 1 auf A zu dem Angebot von I dazu. Dies hat als Wirkung das Ergebnis, daß wir genug von 1 bekommen, um der Nachfrage nach 1 zu begegnen; die Kurve E_1 schneidet nämlich den vertikalen Teil von $(A\ B)_1$, aber der Preispunkt kann sich nichtsdestoweniger doch nicht auf der rechten Grenzlinie von II festsetzen, weil hier in jedem Punkt (außerhalb von A) das Gut 2 nicht erzeugt werden kann, während in einem solchen Punkt doch eine wirksame Nachfrage nach 2 besteht. Der einzige zweifelhafte Punkt in der rechten Grenzlinie des Gebietes II ist der Punkt A. Mit diesem Punkt werden wir uns später beschäftigen.

Durch eine ähnliche Beweisführung finden wir, daß sich das Gleichgewicht nicht in den Teilen III, IV, V oder VI bilden kann. Das einzige Gebiet, das übrig bleibt, ist VII einschließlich seiner Grenzlinien. Dieses Gebiet wird jetzt das Möglichkeitsgebiet. In dem Falle von zwei Gütern auf einem Stück Boden haben wir gesehen, daß das Möglichkeitsgebiet eine gerade Linie, d. h. ein eindimensionales Gebiet, war. Im vorliegenden Falle von zwei Gütern auf zwei Stücken Boden wird das Möglichkeitsgebiet ein zweidimensionales, aber nichtsdestoweniger ein sehr eingeschränktes Gebiet.

Der innere Teil des Gebietes VII enthält nur Punkte, die sowohl in dem Dominationsfeld von 1 auf B als auch in dem von 2 auf A liegen. Soll es daher einen Gleichgewichtspunkt L im Innern von VII geben, so muß die Abszisse dieses Punktes durch den Schnittpunkt L_1 zwischen den Kurven E_1 und B_1 bestimmt sein, während die Ordinate durch den Schnittpunkt L_2 zwischen den Kurven E_2 und A_2 bestimmt sein muß. Nun können wir immer die Schnittpunkte L_1 und L_2 bestimmen. Daher können wir ebenfalls einen Punkt im ersten Quadranten bestimmen, indem wir von L_1 vertikal hinauf und von L_2 horizontal nach rechts gehen. Tritt nun der Fall ein, daß der auf diese Art und Weise bestimmte

Punkt L ins Innere des Möglichkeitsgebietes VII fällt, dann ist dieser Punkt L ein Gleichgewichtspunkt, und das Gleichgewicht ist so beschaffen, daß A zur Gänze zur Erzeugung des Gutes 2 und B für die Erzeugung des Gutes 1 ausgenutzt wird. Diese Beweisführung schließt das Bestehen eines oder mehrerer anderer Gleichgewichtspunkte auf den Grenzlinien des Möglichkeitsgebietes nicht aus, aber es ist nicht wahrscheinlich, daß es einen solchen Punkt gibt, wenn eine Situation vorliegt, welche der in Abb. 5 gezeigten ähnlich ist.

Liegt der Punkt L, der dadurch bestimmt ist, daß man von L_1 vertikal nach oben und von L_2 horizontal nach rechts geht, außerhalb des Möglichkeitsgebietes, dann wäre es notwendig, Gleichgewichtspunkte entlang der Grenzlinien des Möglichkeitsgebietes zu suchen. Um einen Gleichgewichtspunkt in diesem Falle zu bestimmen, müssen wir von einer ähnlichen Analyse des Gleichgewichtes Gebrauch machen, wie wir sie in dem Falle von zwei Gütern auf einem Stück Boden angewendet haben. Immerhin wäre die Untersuchung in diesem Fall infolge der größeren Zahl der Freiheitsgrade in dem Problem komplizierter. Wenn ein Gleichgewichtspunkt auf einer der Teilungslinien bestehen sollte, z. B. auf der Teilungslinie für A, dann kann es vorkommen, daß A teilweise zur Erzeugung von 1 und teilweise zur Erzeugung von 2 benützt wird.

In dem Falle von mehreren Gütern und mehreren Stücken Bodens würde der Typus der besonderen Untersuchung, die wir hier durchgeführt haben, sehr rasch zu solchen Verwicklungen führen, daß die Untersuchung einen wirklichen Dienst kaum leisten würde. Für diesen vielfältigen Fall werden wir ein fruchtbringenderes Ergebnis erhalten, indem wir die Untersuchung auf einer kontinuierlichen Verteilung der Bodenstücke aufbauen. Ich gehe nun dazu über, eine Untersuchung dieses Falles zu skizzieren.

VI. Die kontinuierliche Verteilung des Bodens

Betrachten wir zuerst den Fall, in dem wir nur ein Gut haben. Wir wollen annehmen, daß es eine große Zahl von kleinen Bodenparzellen gibt, daß jede Parzelle katalogisiert ist, und ferner, daß wir den Grad der Intensivierung λ und den physischen Ertrag je Arbeitsstunde ν kennen, den wir erzielen würden, wenn das in Frage stehende Gut auf der betreffenden Parzelle erzeugt werden sollte. Wir nehmen an, daß die beiden Zahlen λ und ν technisch für jede Parzelle bestimmt sind. Wir betrachten mit anderen Worten einfach λ und ν als zwei quantitative Attribute für jede Parzelle.

Bei der Untersuchung des kontinuierlichen Falles werden wir sehen, daß es angemessener ist, die Variabeln λ und ν an Stelle von λ und μ zu benutzen oder an Stelle irgendwelcher anderer vorne angeführter Parameter. Es ist natürlich möglich, von den Zahlen λ und ν zu irgendwelchen anderen überzugehen, wir haben z. B. $e=1/\nu$, $o=1/\lambda\nu$ usw. In dem kontinuierlichen Fall wollen wir für den Preis des Gutes (in

Arbeitsstunden gemessen) ε an Stelle von e' benutzen. Ist der Preis ε gegeben, dann ist die Rente je Flächeneinheit, welche unser Gut bezahlen kann, gleich mit:

$$\sigma = \lambda\,(\varepsilon\,\nu - 1) \tag{18}$$

Nehmen wir nun an, daß wir eine statistische Zählung von allen den kleinen Bodenparzellen durchführen. Aus dem Ergebnis dieser Zählung legen wir eine zweidimensionale Tabelle an, welche die Verteilung der Parzellen nach den Attributen ν (Ertrag je Arbeitsstunde) und λ (Intensivierungsgrad) wiedergibt. In jeder (ν, λ)-Klasse dieser Verteilung geben wir nicht die Zahl der Parzellen in der Klasse, sondern die ganze, durch diese Parzellen repräsentierte Bodenfläche wieder.

Stellen wir uns nun vor, wir machten die Klassenintervalle in unserer Tabelle immer kleiner und kleiner. Als einen Grenzfall bekommen wir dann die kontinuierliche Verteilung der Bodenfläche nach den Attributen ν und λ. In diesem Grenzfall muß die Verteilung als durch eine Verteilungsfunktion der beiden Variablen, $\omega\,(\nu, \lambda)$, gegeben angesehen werden. Wir werden ferner annehmen, daß diese Verteilungsfunktion sich kontinuierlich mit ν und λ verändert. Dann ist die gesamte Bodenfläche, welche in der Klasse ν bis $\nu + d\,\nu$ und λ bis $\lambda + d\,\lambda$ liegt, gleich mit

$$\omega\,(\nu, \lambda) \cdot d\,\nu \cdot d\,\lambda \tag{19}$$

Die Funktion $\omega\,(\nu, \lambda)$ wollen wir die Matrikelfunktion nennen. Diese Funktion ist das einzige Datum aus der Produktionsseite, das wir als gegeben annehmen werden. Das einzige Datum aus der Nachfrage, das wir als gegeben annehmen, ist die Nachfragefunktion

$$u = \psi\,(\varepsilon) \tag{20}$$

welche ausdrückt, wie die nachgefragte Menge, u, von dem Preis, ε, abhängig ist.

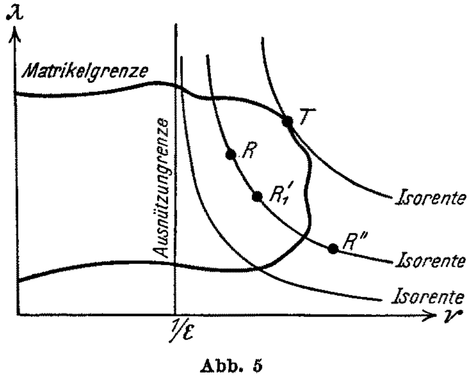

Abb. 5

Betrachten wir ein Achsensystem (ν, λ), Abb. 6. Einen Punkt in diesem Achsensystem wollen wir einen Matrikelpunkt nennen. Er repräsentiert Boden einer bestimmten Gattung, nämlich den Boden, der für jede Arbeitsstunde einen Ertrag gleich ν liefert und einen Grad der Intensivierung gleich λ hat, wenn dieser Boden zur Produktion unseres Gutes benutzt wird. Das Diagramm von ν, λ in Abb. 6 selbst wollen wir das Matrikeldiagramm nennen.

Regelmäßig werden nicht alle Größen von ν zwischen 0 und ∞ in der von uns betrachteten Zusammenstellung von Bodenparzellen wiedergegeben sein. Gewöhnlich wird es eine obere Grenze von ν geben, oberhalb der es keine Parzellen mehr gibt; in ähnlicher Weise wird es auch eine obere Grenze für λ geben. Vielleicht gibt es auch untere Grenzen. Allgemeiner können wir sagen, daß es in dem Matrikeldiagramm eine bestimmte Kurve gibt, welche zusammen mit der λ-Achse einen geschlossenen Teil des Matrikeldiagramms bildet, außerhalb dessen es keine Parzellen gibt. Wir können dies dadurch ausdrücken, indem wir sagen, daß außerhalb dieses Gebietes die Verteilungsfunktion $\omega\ (\nu, \lambda)$ gleich Null ist. Die Begrenzung dieses Gebietes werden wir die Matrikelgrenze nennen (vgl. Abb. 6). In dem allgemeinsten Fall kann es vorkommen, daß das Gebiet, wo die Matrikelfunktion positiv ist, aus voneinander getrennten „Inseln" besteht.

Es wäre sicher verwirrend, wenn wir in unsere Untersuchung jetzt eine genaue Besprechung der Besonderheiten der Matrikelgrenze einführen würden. Eine derartige Untersuchung ist ja immerhin in den meisten Fällen gar nicht nötig. Wir wollen einfach den ganzen positiven Quadranten des (ν, λ)-Diagramms betrachten und es sozusagen der Funktion $\omega\ (\nu, \lambda)$ selbst überlassen, auf die Matrikelgrenze Rücksicht zu nehmen. Wie oben erwähnt, ist nämlich die Matrikelfunktion in jedem Punkt außerhalb der Matrikelgrenze gleichmäßig gleich Null. Daher macht es gar keinen Unterschied, ob wir die unten näher zu besprechenden Integrationen über diese Grenze hinaus ausdehnen oder nicht.

Nehmen wir nun für einen Augenblick an, es sei ein Preis ε unseres Gutes gegeben. Ist ein solcher Preis des Gutes gegeben, dann ist mit jedem Matrikelpunkt eine bestimmte Nachfragerente verbunden, welche für die Art des Bodens charakteristisch ist, der durch diesen Matrikelpunkt wiedergegeben ist. Die Größe der Rente, welche mit dem Punkte (ν, λ) verbunden ist, ist einfach durch die Formel (18) gegeben. Ist, mit anderen Worten gesagt, der Preis ε gegeben, so kann die Nachfragerente σ als eine Funktion der zwei Variablen ν und λ angesehen werden. Die Größen dieser Funktion sind auf folgende Art und Weise über das Matrikeldiagramm verteilt.

Errichten wir durch denjenigen Punkt auf der Abszissenachse in Abb. 6, der die Abszisse $1/\varepsilon$ hat, eine vertikale Linie. Es ist klar, daß überall längs dieser Vertikalen die Nachfragerente gleich Null sein wird. Links von dieser vertikalen Linie (und oberhalb der ν-Achse) wird die Rente negativ und rechts davon positiv sein. Wenn sich dies so verhält, so wählen wir einen beliebigen Punkt R rechts von der geschilderten Vertikalen und oberhalb der ν-Achse. Das heißt, wir suchen einen beliebigen Punkt R, in dem die Rente positiv ist. Dann wollen wir alle die anderen Punkte R', R''..... aufsuchen, welche dieselbe Nachfragerente geben, wie wir in R hatten. Verbinden wir jetzt diese Punkte durch eine Kurve! Diese Kurve werden wir eine Isorente nennen, weil sie eine und dieselbe Größe der Nachfragerente wiedergibt. Aus der Formel (18) folgt unmittelbar, daß die Isorenten gleichseitige Hyperbeln mit der ν-Achse und der Vertikalen durch den Abszissenpunkt $1/\varepsilon$ als Asymptoten sind. Diese Asymptoten repräsentieren die kleinsten Nachfragerenten, welche nicht negativ sind, nämlich Renten gleich Null. Diese beiden Asymptoten können als ein Grenzfall der Isorente angesehen werden. Die anderen Isorenten, rechts von der Vertikalen durch den Abszissenpunkt $1/\varepsilon$ und oberhalb der ν-Achse, repräsentieren positive Renten. Je weiter fernerhin eine Isorente in Abb. 6 oben und rechts gelegen ist, desto höher ist die dadurch wiedergegebene Rente. Die höchste Rente, die in der in Betracht gezogenen Reihe von Bodenparzellen vorkommt, wird bestimmt, indem man sich längs der Matrikelgrenze bewegt, bis ein Punkt T erreicht ist, wo die Matrikelgrenze eine Isorente berührt, welche höher ist als irgendeine andere Isorente, welche längs der Grenze angetroffen worden ist. Hat die Grenze eine kontinuierlich wechselnde Tangente, so hat der Punkt T die Eigenschaft, ein Berührungspunkt zwischen der Matrikelgrenze und einer Isorente zu sein. Es gibt natürlich Isorenten, welche noch höher oben und mehr rechts vom Punkt T gelegen sind, aber in der vorliegenden Zusammenstellung von Bodenparzellen gibt es keine einzige Parzelle, welche durch einen Punkt auf einer solchen Isorente wiedergegeben wird. Dies ist gerade der Sinn der Matrikelgrenze.

Steigt der Preis ε, so bewegt sich der Abszissenpunkt $1/\varepsilon$ nach links. Diese Bewegung wird auf die Form der Isorenten gar keinen Einfluß haben. Wir können die Veränderung, die vor sich geht, einfach so betrachten, als ob der Abszissenpunkt $1/\varepsilon$ das ganze Isorentensystem mit sich zöge. Die Größe der Rente, die durch eine gegebene Isorente repräsentiert ist, wird nichtsdestoweniger verändert und diese Veränderung ist der Veränderung des Preises des Gutes direkt proportional.

Dies ist die Art und Weise, wie die Größen der Nachfragerente über die verschiedenen Bodenarten verteilt sind. Es muß aber klarerweise eine enge Verbindung zwischen der Größe der Nachfragerente und der Tatsache bestehen, ob eine bestimmte Bodenparzelle ausgenutzt werden wird oder nicht. In dieser Hinsicht haben wir das folgende Prinzip der Ausnutzung: Jeder Boden, auf dem die Nachfragerente (im Gleichgewichtspunkt des Preises) positiv ist, wird ausgenutzt werden, und jeder Boden, wo die Nachfragerente negativ ist, wird nicht ausgenutzt werden. In diesem Fall, wo wir die Bodenverteilung nach den Attributen ν und λ als kontinuierlich ansehen, ist es unnötig, genau auseinanderzusetzen, ob der Boden mit der Rente Null in Benutzung genommen werden wird oder nicht. Der Beitrag zu der gesamten Menge des Produkts, der von dem Boden mit der Rente Null kommt, wird nämlich im Vergleich mit dem Beitrag des übrigen Bodens unendlich klein sein.

Infolge dieses Prinzips der Ausnutzung wird die gesamte Bodenfläche, welche bei einem Preis von ε ausgenutzt werden wird, einfach gleich sein dem Integral der Funktion $\omega(\nu, \lambda)$, ausgedehnt über das ganze Gebiet rechts von der senkrechten Linie durch den Abszissenpunkt $1/\varepsilon$ (und oberhalb der ν-Achse). Diese Vertikale kann daher die Ausnutzungsgrenze genannt werden.

Die gesamte Quantität, die auf der so bestimmten Bodenfläche erzeugt werden wird, kann auf folgende Art gefunden werden: Betrachten wir Boden einer bestimmten Gattung, nämlich den Boden, der einen Ertrag zwischen ν und $\nu + d\,\nu$ für die Arbeitsstunde liefert und einen Grad der Intensivierung (Arbeitsstunden je Flächeneinheit) zwischen λ und $\lambda + d\,\lambda$ hat. Die gesamte Bodenfläche dieser Bodenklasse ist gleich $\omega\,(\nu, \lambda) \cdot d\,\nu\, d\,\lambda$. Und auf jeder Flächeneinheit dieses Bodens wird eine Quantität gleich mit $\mu = \nu \cdot \lambda$ erzeugt. Der Beitrag zur Gesamtproduktion, der von der in Frage stehenden Bodenklasse kommt, ist daher gleich mit

$$\nu\,\lambda \cdot \omega\,(\nu, \lambda) \cdot d\,\nu\, d\,\lambda \tag{21}$$

Integrieren wir die Formel (21) über alle verschiedenen Bodenklassen, die ausgenutzt werden, wenn der Preis ε ist, so erhalten wir die gesamte erzeugte Menge, nämlich

$$\Omega\,(\varepsilon) = \int\limits_{1/\varepsilon}^{\infty} \nu \cdot d\,\nu \int\limits_{0}^{\infty} \lambda \cdot \omega(\nu, \lambda)\, d\lambda \tag{22}$$

Die Funktion $\Omega\,(\varepsilon)$, die durch Formel (22) definiert ist, ist nichts anderes als eine Angebotsfunktion für unser Gut, d. h. die Funktion, welche ausdrückt, wieviel von dem Gut erzeugt werden wird, wenn der Preis eine bestimmte Höhe hat. Setzen wir diese Angebotsmenge der Quantität gleich, die bei dem Preis ε nachgefragt wird, so erhalten wir die Gleichgewichtsbedingung

$$\Omega\,(\varepsilon) = \psi\,(\varepsilon). \tag{23}$$

Durch die Gleichgewichtsgleichung (23) ist der Preis ε im allgemeinen bestimmt. Ist aber ε bestimmt, so kann die Rente je Flächeneinheit auf den einzelnen Bodenparzellen, wenn es notwendig ist, mit der Formel (18) und die gesamte erzeugte Menge mittels der Formel (22) errechnet werden.

Ich gehe nun zu dem Fall über, in dem wir zwei Güter, 1 und 2, haben. In diesem Fall ist jede Bodenparzelle statt durch 2 durch 4 Attribute charakterisiert, nämlich den Grad der Intensivierung λ_1 und den Ertrag der Arbeitsstunde ν_1, die man auf der in Frage stehenden Parzelle erreichen würde, wenn man sie zur Erzeugung des Gutes 1 verwendete, und fernerhin den Intensivierungsgrad λ_2 und den Ertrag für die Arbeitsstunde ν_2, die man auf dieser Parzelle erzielen würde, wenn man sie zur Erzeugung des Gutes 2 verwendete. Unsere statistische Tabelle, welche die Verteilung der Bodenflächen zeigt, wird daher jetzt vierdimensional sein. Und im Grenzfall, in dem die Größe der einzelnen Parzellen unendlich klein wird, erhalten wir eine Matrikelfunktion von vier Variablen, nämlich $\omega\,(\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2)$. Das Matrikeldiagramm wird ebenfalls in diesem Falle vierdimensional sein.

Die erste Frage, die wir in diesem Falle zu beantworten haben, ist folgende: Wenn die beiden Güterpreise ε_1 und ε_2 gegeben sind, wo wird dann das Gut 1 und das Gut 2 erzeugt und wieviel wird von diesen beiden Gütern produziert werden? Das ist auf folgende Weise bestimmt:

Sind die Preise der Güter gegeben, so sind die beiden Nachfragerenten σ_1 und σ_2 ebenfalls in jedem Matrikelpunkt $(\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2)$ durch die Formeln

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \lambda_1 (\varepsilon_1 \nu_1 - 1) \\ \sigma_2 &= \lambda_2 (\varepsilon_2 \nu_2 - 1) \end{aligned} \tag{24}$$

bestimmt. Wir bemerken, daß σ_1 von ν_2 und λ_2 unabhängig und σ_2 von ν_1 und λ_1 unabhängig ist. Nun wird das Gut 1 in allen solchen Matrikelpunkten und nur in solchen erzeugt werden, wo die folgenden beiden Bedingungen erfüllt sind:

$$\sigma_1 \gtrless 0 \tag{25}$$

$$\sigma_1 \gtrless \sigma_2 \tag{26}$$

Es ist nun unnötig, eine genauere Untersuchung der Grenzfälle $\sigma_1 = 0$ und $\sigma_1 = \sigma_2$ zu geben. Wenn die Verteilungsfunktion ω kontinuierlich ist, werden nämlich die Produktionsbeiträge von Boden, welcher diese extremen Charakteristika hat, unendlich klein sein.

In welchen Punkten des vierdimensionalen Matrikeldiagramms sind die Bedingungen (25) und (26) erfüllt? Damit (25) erfüllt sei, ist es notwendig und hinreichend, daß $\nu_1 \gtrless 1/\varepsilon_1$; durch die Definition haben wir nämlich $\lambda_1 > 0$. Stellen wir uns daher vor, daß wir eine bestimmte Größe $(\gtrless 1/\varepsilon_1)$ von ν_1 und eine bestimmte Größe (> 0) von λ_1 wählen. Die Tatsache, daß wir so eine bestimmte Größe von ν_1 und eine bestimmte Größe von λ_1 ausgesucht haben, bedeutet aber nicht, daß wir einen bestimmten Punkt im vierdimensionalen Matrikeldiagramm festgelegt haben. Es bedeutet nur, daß wir eine bestimmte zweidimensionale Ebene (die in dem vierdimensionalen Matrikeldiagramm enthalten war) ausgewählt haben, nämlich eine Ebene, welche ein Achsensystem (ν_2, λ_2) repräsentiert. Selbst wenn wir die beiden Koordinaten ν_1, λ_1 festgelegt haben, so können wir doch ν_2 und λ_2 ohne jede Einschränkung variieren.

Wenn wir nun eine bestimmte Größe für (ν_1, λ_1) gewählt haben, so können wir die Bedingung (26) in folgender Weise graphisch darstellen. Wenn die Größen (ν_1, λ_1) ausgewählt sind, so berechnen wir die Größe von $\sigma_1 = \lambda_1 (\varepsilon_1 \nu_1 - 1)$. Die Quantität σ_1, die so bestimmt ist, kann nicht negativ sein, da wir $\nu_1 \gtrless 1/\varepsilon_1$ und $\lambda_1 > 0$ angenommen haben. Betrachten wir nun ein zweidimensionales Diagramm (ν_2, λ_2). Da der Preis ε_2 gegeben ist, so haben wir in diesem (ν_2, λ_2)-Diagramm einen Fall von Isorenten, der zur Gänze dem in Abb. 6 gezeigten Fall analog ist. Wir haben einfach den verschiedenen in Abb. 6 eingeführten Quantitäten das Subskript 2 hinzuzufügen. Die Isorenten in Abb. 6 geben alle möglichen Renten von 0 bis ∞ wieder. Die Rente Null wird, wie oben erwähnt, durch die Asymptoten der Isorentenfamilie repräsentiert, und wenn wir genügend weit nach oben und nach rechts gehen, so können wir immer eine Isorente finden, entlang der die Rente je Flächeneinheit einer gegebenen Zahl gleich ist, wie groß auch diese Zahl sein mag. Wir nehmen hier nicht von der Tatsache Kenntnis, daß die so bestimmte Isorente außerhalb der Matrikelgrenze fallen kann.

Auf diese Sachlage würde automatisch durch die Tatsache Rücksicht genommen werden, daß die Matrikelfunktion ω hier gleich Null würde.

Daher können wir in dem (ν_2, λ_2)-Diagramm eine gewisse Isorente bestimmen, entlang der die Nachfragerente für das Gut 2 der positiven Zahl $\sigma_1 = \lambda_1 (\varepsilon_1 \nu_1 - 1)$ gleich ist, die wir berechneten, nachdem wir die Größen ν_1, λ_1 ausgewählt haben. Es sei die in Frage stehende Isorente z. B. die mittlere der drei Isorenten in Abb. 6, wenn wir nun die Achsen in Abb. 6 als ν_2-, λ_2-Achsen interpretieren. Entlang dieser Isorente haben wir $\sigma_2 = \sigma_1$. Und in dem ganzen Gebiet unter und links von dieser Isorente gilt, daß $\sigma_2 \lessgtr \sigma_1$. Aber die Größen ν_1, λ_1, die wir gewählt haben, waren willkürlich aus denen entnommen, wo $\nu_1 \gtrless 1/\varepsilon_1$ und $\lambda_1 > 0$. Daher gibt uns die Betrachtung, die wir hier durchgeführt haben, eine vollständige Bestimmung solcher Punkte in dem vierdimensionalen Matrikeldiagramm, wo das Gut 1 erzeugt werden wird. Die Regel ist einfach folgende: Es seien ε_1 und ε_2 gegeben und wir lassen sich ν_1 von $1/\varepsilon_1$ bis ∞ und λ_1 von 0 bis ∞ verändern. Fernerhin mögen sich für jede solche Kombination von ν_1, λ_1 die beiden Zahlen ν_2, λ_2 über alle jene Punkte bewegen, welche oberhalb der Abszissenachse, rechts von der Vertikalen, die durch den Abszissenpunkt $1/\varepsilon_2$ gezogen ist und unter der gleichseitigen Hyperbel im Koordinatensystem ν_2, λ_2 mit der Formel

$$\lambda_2 (\varepsilon_2 \nu_2 - 1) = \lambda_1 (\varepsilon_1 \nu_1 - 1) \tag{27}$$

gelegen sind. Diese Veränderung wird alle solchen und nur solche Punkte berühren, wo Formel (25) und (26) erfüllt sind. Wenn wir die Subskripte 1 und 2 in der vorliegenden Ableitung vertauschen, so erhalten wir jene Punkte, wo das Gut 2 erzeugt werden wird. Dies gibt uns eine vollständige Lösung des Standortproblems in dem betrachteten Fall.

Das hier bei der Betrachtung des Standortproblems erzielte Ergebnis kann dadurch verifiziert werden, indem wir untersuchen, ob die gesamte Bodenfläche, welche zur Erzeugung des Gutes 1 verwendet wird, plus der gesamten Bodenfläche, die zur Erzeugung von 2 verwendet wird, zusammen gleich sind der Bodenfläche, wo σ_1 positiv ist, plus der Bodenfläche, wo σ_2 positiv ist, minus der Bodenfläche, wo σ_1 und σ_2 beide positiv sind. Nun ist die Bodenfläche, welche für die Erzeugung von 1 verwendet wird, gleich einem bestimmten vierfachen Integral der Matrikelfunktion, nämlich dem Integral von $\omega\,(\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2)$ ausgedehnt über das folgende Gebiet:

$$\int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} d\nu_1 \int_0^{\infty} d\lambda_1 \left\{ \int_0^{1/\varepsilon_2} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_2 + \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\alpha\lambda_1} d\lambda_2 \right\} \tag{28}$$

wobei

$$\alpha = \frac{\varepsilon_1 \nu_1 - 1}{\varepsilon_2 \nu_2 - 1}. \tag{29}$$

Die Integration (28) kann auch in folgender Form geschrieben werden, welche für unsere Zwecke entsprechender ist:

$$\int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} d\nu_1 \int_0^{\infty} d\lambda_1 \left\{ \int_0^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_2 - \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \int_{\alpha\lambda_1}^{\infty} d\lambda_2 \right\} \tag{30}$$

In ähnlicher Weise wird die für die Erzeugung des Gutes 2 benutzte Bodenfläche dem Integral von ω gleich sein, welches über dasjenige Integrationsgebiet ausgedehnt ist, das wir erhalten, indem wir die Subskripte 1 und 2 in der Formel (30) vertauschen.

Auf der anderen Seite wird das Gebiet des vierdimensionalen Matrikeldiagramms, wo σ_1 positiv ist, gleich

$$\int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} d\nu_1 \int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_0^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_2$$

sein und das Gebiet, wo σ_2 positiv ist, gleich mit

$$\int_0^{\infty} d\nu_1 \int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_2,$$

während das Gebiet, wo σ_1 und σ_2 beide positiv sind,

$$\int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} d\nu_1 \int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_2$$

sein wird. Daher ist die Frage, ob

$$\int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} d\nu_1 \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \left\{ \int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_{\alpha\lambda_1}^{\infty} d\lambda_2 + \int_0^{\infty} d\lambda_2 \int_{\lambda_2/\alpha}^{\infty} d\lambda_1 \right\} = \int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} d\nu_1 \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_0^{\infty} d\lambda_2 \tag{31}$$

gilt. Aber (31) ist sicherlich erfüllt, da wir immer

$$\int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_{\alpha\lambda_1}^{\infty} d\lambda_2 + \int_0^{\infty} d\lambda_2 \int_{\lambda_2/\alpha}^{\infty} d\lambda_1 = \int_0^{\infty} d\lambda_1 \int_0^{\infty} d\lambda_2 \tag{32}$$

haben, wenn α von λ_1 und λ_2 unabhängig, aber sonst beliebig ist.

Wenn nun bestimmt ist, wo die Produktion der beiden Güter ihren Standort haben wird, so ist dann leicht herauszufinden, welche Menge von jedem erzeugt werden wird. Die Menge des Gutes 1 wird dadurch bestimmt, indem man den Ausdruck $\nu_1 \lambda_1 \cdot \omega(\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2)$ über das in Formel (28) ausgedrückte Gebiet integriert. Dies gibt

$$\Omega_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \int_{1/\varepsilon_1}^{\infty} \nu_1 \, d\nu_1 \int_0^{\infty} \lambda_1 \, d\lambda_1 \left\{ \int_0^{1/\varepsilon_2} d\nu_2 \int_0^{\infty} d\lambda_2 + \int_{1/\varepsilon_2}^{\infty} d\nu_2 \int_0^{\alpha\lambda_1} d\lambda_2 \right\} \cdot \omega(\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2), \tag{33}$$

wobei α durch Formel (29) bestimmt ist.

Die Funktion Ω_1 $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ drückt aus, welche Menge des Gutes 1 erzeugt werden wird, wenn die entsprechenden Preise der Güter gleich ε_1 und ε_2 sind. Mit anderen Worten gesagt, ist Ω_1 die Angebotsfunktion für das Gut 1. Und diese Funktion kann mittels Formel (33) bestimmt werden, wenn nur die Matrikelfunktion ω gegeben ist.

Auf dieselbe Art können wir die Angebotsfunktion Ω_2 $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ für das Gut 2 bestimmen. Diese Funktion läßt sich einfach durch die Formel (33) ausdrücken, wenn wir überall, außer in der Matrikelfunktion ω $(\nu_1, \lambda_1, \nu_2, \lambda_2)$, die Subskripte 1 und 2 vertauschen.

Tragen wir nun der Nachfrageseite des Problems Rechnung! Es seien die Nachfragefunktionen der beiden Güter

$$\begin{aligned} u_1 &= \psi_1 (\varepsilon_1, \varepsilon_2) \\ u_2 &= \psi_2 (\varepsilon_1, \varepsilon_2) \end{aligned} \tag{34}$$

wo u_1 und u_2 die nachgefragten Mengen des Gutes 1 und 2 bezeichnen, wenn die Preise ε_1 und ε_2 gegeben sind. Um nun die Allgemeinheit unserer Betrachtungen zu wahren, nehmen wir an, daß sowohl ψ_1 als auch ψ_2 beide von ε_1 und ε_2 abhängen, d. h. wir schließen den Fall nicht aus, wo die Nachfrage korreliert ist.

In dem Gleichgewichtspunkt muß die nachgefragte Menge und die angebotene Menge des Gutes 1 gleich sein, und dasselbe gilt für das Gut 2. Daher haben wir die Gleichgewichtsbedingungen

$$\begin{aligned} \Omega_1 (\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \psi_1 (\varepsilon_1, \varepsilon_2) \\ \Omega_2 (\varepsilon_1, \varepsilon_2) &= \psi_2 (\varepsilon_1, \varepsilon_2) \end{aligned} \tag{35}$$

Diese beiden Gleichungen bestimmen im allgemeinen die beiden Preise der Güter ε_1 und ε_2. Wenn diese beiden Unbekannten bestimmt sind, so ist die Gleichgewichtsrente σ, die in den verschiedenen Punkten des vierdimensionalen Matrikeldiagramms verwirklicht wird, durch

$$\sigma = Max\,[\sigma_1, \sigma_2, 0] \tag{36}$$

bestimmt, wobei σ_1 und σ_2 durch Formel (24) bestimmt sind.

Wenn die Gleichgewichtsrente σ und die Preise ε_1 und ε_2 bestimmt sind, so können wir sagen, daß das Gut 1 dort erzeugt werden wird, wo σ_1 gleich σ ist und das Gut 2 produziert wird, wo $\sigma_2 = \sigma$.

Die Verallgemeinerung dieser Ableitung für den Fall von n Gütern ist nicht schwierig. Die Matrikelfunktion wird in diesem Fall eine Funktion von $2\,n$ Variablen, nämlich

$$\omega\,(\nu_1\,\lambda_1, \nu_2, \lambda_2, \ldots\ldots \nu_n, \lambda_n)$$

sein und die entsprechenden Angebotsfunktionen werden folgendermaßen lauten:

$$\begin{aligned} \Omega_1 (\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) &= \int\limits_{1/\varepsilon_1}^{\infty} \nu_1\, d\,\nu_1 \int\limits_{0}^{\infty} \lambda_1\, d\,\lambda_1 \cdot \int\limits_{12} \cdot \int\limits_{13} \ldots \int\limits_{1n} \cdot\, \omega \\ \Omega_2 (\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) &= \int\limits_{1/\varepsilon_2}^{\infty} \nu_2\, d\,\nu_2 \int\limits_{0}^{\infty} \lambda_2\, d\,\lambda_2 \cdot \int\limits_{21} \cdot \int\limits_{23} \ldots \int\limits_{2n} \cdot\, \omega \end{aligned} \tag{37}$$

. . . .

$$\Omega_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) = \int\limits_{1/\varepsilon_n}^{\infty} \nu_n \, d\nu_n \int\limits_0^{\infty} \lambda_n \, d\lambda_n \cdot \int\limits_{n1} \cdot \int\limits_{n2} \ldots \int\limits_{n,n-1} \cdot \omega$$

wo wir der Kürze halber geschrieben haben

$$\int\limits_{hk} = \int\limits_0^{1/\varepsilon_k} d\nu_k \int\limits_0^{\infty} d\lambda_k + \int\limits_{1/\varepsilon_k}^{\infty} d\nu_k \int\limits_0^{\alpha_{hk} \cdot \lambda_h} d\lambda_k \tag{38}$$

wobei α_{hk} gleich ist

$$\alpha_{hk} = \frac{\varepsilon_h \nu_h - 1}{\varepsilon_k \nu_k - 1}. \tag{39}$$

Wenn die Nachfragefunktionen

$$\begin{aligned} u_1 &= \psi_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) \\ u_2 &= \psi_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ u_n &= \psi_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) \end{aligned} \tag{40}$$

gegeben sind, dann ist der endgültige Gleichgewichtspunkt durch folgendes System von n Gleichungen bestimmt:

$$\begin{aligned} \Omega_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) &= \psi_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) \\ \Omega_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) &= \psi_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Omega_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) &= \psi_n(\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_n) \end{aligned} \tag{41}$$

Dies ergibt n Gleichungen zur Bestimmung der n Unbekannten $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \ldots \varepsilon_n$.

VII. Einige näherungsweise Lösungen

In dem vorliegenden Abschnitt werde ich einige näherungsweise Lösungen und obere und untere Grenzen für die Gleichgewichtspreise erörtern. Ich werde besonders den Fall betrachten, wo wir zwei Güter Nr. 1 und 2 und eine Reihe von verschiedenen Bodenstücken A, B, C.... vorliegen haben.

In diesem Fall gilt folgender Ansatz: Wenn beide Güter wirklich erzeugt werden sollen, muß es ein Stück Boden Y und ein Stück Boden Z derart geben, daß

$$\frac{o_2{}^Z}{o_1{}^Z}\left[1 + \left(\frac{e_1{}^Z}{e'_1}\right)\left(\frac{\lambda_2{}^Z}{\lambda_1{}^Z} - 1\right)\right] \lesssim \frac{e'_2}{e'_1} \lesssim \frac{o_2{}^Y}{o_1{}^Y}\left[1 + \left(\frac{e_1{}^Y}{e'_1}\right)\left(\frac{\lambda_2{}^Y}{\lambda_1{}^Y} - 1\right)\right] \tag{42}$$

und zur selben Zeit

$$e'_2 \gtrsim e_2{}^Z \qquad\qquad e'_1 \gtrsim e_1{}^Y. \tag{43}$$

Der Beweis ist einleuchtend: Wenn das Gut Nr. 1 überhaupt erzeugt werden soll, so ist es notwendig, daß es wenigstens eine Parzelle gibt, wo der Ausdruck

$$\sigma_2{}^X - \sigma_1{}^X = e'_1 \mu_2{}^X \left\{\frac{e'_2}{e'_1} - \frac{o_2{}^X}{o_1{}^X}\left[1 + \left(\frac{e_1{}^X}{e'_1}\right)\left(\frac{\lambda_2{}^X}{\lambda_1{}^X} - 1\right)\right]\right\}$$

nicht positiv und zur gleichzeitig $\sigma_1{}^X \gtrless 0$ ist.

Dies ergibt die obere Grenze von (42) und die zweite Ungleichung in Formel (43). Eine ähnliche Beweisführung für das Gut Nr. 2 führt zu der unteren Grenze von (42) und zu der ersten Ungleichung in Formel (43).

Da

$$\frac{\lambda_1{}^X}{\lambda_2{}^X} + \frac{e_1{}^X}{e'_1}\left(1 - \frac{\lambda_1{}^X}{\lambda_2{}^X}\right) = 1 - \left(1 - \frac{e_1{}^X}{e'_1}\right)\left(1 - \frac{\lambda_1{}^X}{\lambda_2{}^X}\right)$$

können wir Formel (42) auch in folgender Form schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{e_2{}^Z}{e_1{}^Z}\left[1 - \left(1 - \frac{e_1{}^Z}{e'_1}\right)\left(1 - \frac{\lambda_1{}^Z}{\lambda_2{}^Z}\right)\right] &\lesseqgtr \frac{e'_2}{e'_1} \\ \lesseqgtr \frac{e_2{}^Y}{e_1{}^Y}\left[1 - \left(1 - \frac{e_1{}^Y}{e'_1}\right)\left(1 - \frac{\lambda_1{}^Y}{\lambda_2{}^Y}\right)\right] \end{aligned} \tag{44}$$

Wenn überall (d. h. für irgendein X) $\lambda_2{}^X \gtrless \lambda_1{}^X$, so können wir diese Grenzen vereinfachen, indem wir in Formel (42) das zweite Glied nach links und in Formel (44) das zweite Glied nach rechts bringen. Die Ausdrücke $\frac{e_1{}^Z}{e'_1}$ und $1 - \frac{e_1{}^Y}{e'_1}$ sind nämlich beide nicht negativ. Dies ergibt

$$\frac{o_2{}^Z}{o_1{}^Z} \lesseqgtr \frac{e'_2}{e'_1} \lesseqgtr \frac{e_2{}^Y}{e_1{}^Y} \tag{45}$$

(wenn für irgendein X: $\lambda_2{}^X \gtrless \lambda_1{}^X$).

Wenn wir gewisse Annahmen über die Natur der Veränderlichkeit der technischen Koeffizienten machen, z. B. annehmen, daß der Ertrag je Flächeneinheit nahezu in demselben Verhältnis für alle Güter variiert, wenn wir von einer Parzelle zu einer anderen übergehen, dann ist es natürlich möglich, bestimmtere Grenzen zu entwickeln. Wenn wir aber solche Annahmen machen, müssen wir vorsichtig und schrittweise vorgehen. Das vorliegende Problem ist nämlich so geartet, daß die kleinen Veränderungen, die dabei vorkommen, möglicherweise auch dann das Wesentliche sind, selbst wenn ein gewisses Verhältnis zwischen den technischen Koeffizienten in der Wirklichkeit nahezu konstant ist. Diese Situation kann am besten an einem Beispiel klargelegt werden: Es ist eine unbestreitbare Tatsache, daß die Pferde, welche an dem jährlichen Derby-Wettrennen teilnehmen, in bezug auf die Eignung, schnell zu laufen, einander sehr ähnlich sind. Der Unterschied zwischen ihnen ist nahezu unbedeutend, verglichen mit dem Unterschied zwischen solchen Pferden und der Masse der Pferde in der Welt überhaupt. Bedeutet dies aber, daß wir, „um unsere Beweisführung zu vereinfachen,“ annehmen können, daß alle Rennpferde in bezug auf ihre Eignung ganz gleich sind? Einleuchtenderweise dürfen wir das nicht, wenn in Frage steht, wer das Wettrennen gewinnen wird. Dies hängt gerade von diesen Unterschieden ab, welche für eine oberflächliche Untersuchung vernachlässigbar scheinen mögen. Ähnlich ist das vorliegende Problem: Es gibt gewisse Verschiedenheiten der technischen Koeffizienten, welche in der Wirklichkeit geringfügig sein mögen, aber die nichtsdestoweniger in der theoretischen Untersuchung nicht ohne weiteres unbeachtet bleiben können.

Im folgenden werden wir daher nicht *a priori* annehmen, daß sich die technischen Koeffizienten genau in irgendeiner vorgeschriebenen Art und Weise verändern. Statt dessen werden wir Parameter einführen, die ausdrücken, wie sehr die technischen Koeffizienten davon abweichen, bestimmte Kriterien zu erfüllen. Die Stellung dieser Parameter in den endgültigen Formeln wird dann zeigen, in welchen Fällen man eine annäherungsweise genaue Lösung dadurch erreichen kann, daß man annimmt, daß die technischen Koeffizienten die in Frage stehenden Kriterien genau erfüllen und in welchen Fällen eine derartige Annahme dem ganzen Wesen des Problems zuwiderlaufen würde.

Unsere Erörterung der näherungsweisen Lösungen wird durch folgende drei Begriffe ausgedrückt werden: „Fruchtbarkeit", „Ertrag" und „Arbeitsaufwand". In einem absoluten Sinn können die Begriffe Ertrag und Arbeitsaufwand einfach durch den Ertrag je Flächeneinheit μ_j^X und den Arbeitsaufwand je Flächeneinheit λ_j^X, welche wir schon erörtert haben, ausgedrückt werden. Wir brauchen hier eine Transformation dieser Begriffe, zuerst in eine Reihe von relativen Begriffen und dann später in eine Reihe von „komparativen" Begriffen. Um dies durchzuführen, wählen wir eine von den Parzellen, sagen wir K als die Standardparzelle für den Vergleich aus und bilden die folgenden beiden Verhältnisgleichungen:

$$L_j^X = \frac{\lambda_j^X}{\lambda_j^K} \tag{46}$$

$$M_j^X = \frac{\mu_j^X}{\mu_j^K} \tag{47}$$

Das Zeichen L_j^X drückt aus, um wieviel größer (oder kleiner) der Arbeitsaufwand auf X im Vergleich zur Standardparzelle K ist, soweit es sich um das Gut j handelt. In ähnlicher Weise drückt M_j^X aus, um wieviel größer (oder kleiner) der Ertrag je Flächeneinheit auf X im Vergleich zu K ist, wenn er in Einheiten des Gutes j gemessen wird. Einleuchtenderweise gilt $L_j^K = M_j^K = 1$.

Die entsprechenden komparativen Begriffe erlangen wir, wenn wir die Zahlen L und M für die beiden Güter Nr. 1 und 2 vergleichen. Die Verhältnisse $\frac{L_2^X}{L_1^X}$ und $\frac{M_2^X}{M_1^X}$ werden wir den entsprechenden komparativen Arbeitsaufwand und den komparativen Ertrag auf X nennen. Wenn der komparative Ertrag auf X größer als eins ist, so bedeutet das, daß X ein Bodenstück ist, für das der Ertrag für das Gut Nr. 2 (verglichen mit dem Ertrag für das Gut Nr. 1) höher ist, als er es bei der Standardparzelle war. Eine ähnliche Erklärung gilt für das Verhältnis $\frac{L_2^X}{L_1^X}$. Statt dieser Verhältnisse, welche um 1 herum variieren, werden wir es oft angemessener finden, die Abweichungen α^X und β^X zu benützen, welche durch

$$1 + \alpha^X = \frac{L_2{}^X}{L_1{}^X} \tag{48}$$

$$1 + \beta^X = \frac{M_2{}^X}{M_1{}^X} \tag{49}$$

definiert sind Diese Abweichungen variieren um 0 herum. Einleuchtenderweise ist $\alpha^K = \beta^K = 0$.

Nun kommen wir zur Definition der „Fruchtbarkeit". Die Größe des Parameters L^X auf einem gegebenen X (gleichgültig, ob für das Gut Nr. 1 oder Nr. 2) kann uns nicht die Fruchtbarkeit der Parzelle X ausdrücken. Es ist richtig, daß L^X einen Vergleich zwischen den Parzellen X und K ausdrückt, aber dies ist nur ein Vergleich in bezug auf die Kombination der Faktoren, nicht ein Vergleich, der sich auf die Größe des Ertrages bezieht. In dieser Hinsicht ist der Parameter M^X besser, aber selbst dieser gibt uns nicht einen angemessenen Ausdruck für die „Fruchtbarkeit", da er einzig und allein auf dem erreichten Ertrag aufgebaut ist und nicht in Betracht zieht, wieviel Arbeit benützt wurde. Das Verhältnis zwischen M^X und L^X für ein gegebenes Gut, d. h.

$$F_j{}^X = \frac{M_j{}^X}{L_j{}^X} = \frac{e_j{}^K}{e_j{}^X} \tag{50}$$

scheint eine einleuchtendere Definition der „Fruchtbarkeit" der Parzelle X (verglichen mit der Standardparzelle K) zu sein. Natürlich wird diese Definition im allgemeinen von j abhängen, d. h. sie wird verschieden sein, je nachdem welches Gut wir als das Mittelgut wählen, wodurch wir die „Fruchtbarkeit" messen. Als einen Ausdruck für diese Veränderlichkeit unseres Maßes der Fruchtbarkeit je nach dem zugrunde gelegten Gut können wir die *komparative* Fruchtbarkeit $\frac{F_2{}^X}{F_1{}^X}$ betrachten und die entsprechende Abweichung γ^X, welche durch

$$1 + \gamma^X = \frac{F_2{}^X}{F_1{}^X} \tag{51}$$

definiert ist. Zwischen den Zahlen α, β und γ haben wir einleuchtenderweise die Beziehung

$$1 + \gamma^X = \frac{1+\beta^X}{1+\alpha^X}. \tag{52}$$

Wenn α^X überall (d. h. für ein beliebiges X) eine kleine Größe ist, dann verändert sich der Arbeitsaufwand je Flächeneinheit $\lambda_j{}^X$ *nahezu* in demselben Verhältnis für beide Güter, wenn wir von einer Parzelle zu einer anderen übergehen. Wenn β^X überall eine kleine Größe ist, dann wird sich der Ertrag je Flächeneinheit $\mu_j{}^X$ nahezu in demselben Verhältnis für beide Güter verändern. Wenn α^X und β^X nahezu *gleich* sind, ohne daß sie deshalb notwendigerweise klein sein müssen, dann ist γ^X eine kleine Zahl. In diesem Fall erscheint die Fruchtbarkeit einer gegebenen

Parzelle als näherungsweise dieselbe, ohne Rücksicht darauf, in welchem Gut sie gemessen wurde. In dem Fall, wenn die verschiedenen Maße der Fruchtbarkeit F_j^X ($j=1,\ 2\ldots.$) nicht übereinstimmen, können wir eine Indexzahl der Fruchtbarkeit genau auf die gleiche Art und Weise wie eine Preisindexzahl berechnen. Für unseren jetzigen Zweck ist es aber immerhin ausreichend, den Parameter F_1^X, durch das Gut Nr. 1 als einen Barometer der Fruchtbarkeit definiert anzunehmen. Der Kürze wegen werden wir meistens diesen Parameter ohne Subskript und Superskript schreiben, d. h. wir setzen $F=F_1^X$.

Wenn die Zahlen α^X und β^X überall klein sind, dann ist es angemessen, die obere und die untere Grenze für das Preisverhältnis $\frac{e'_2}{e'_1}$, welches in Formel (42) und (44) enthalten ist, auf eine andere Weise auszudrücken. Das Wesen dieser Grenzen zeigt sich jetzt am besten, wenn wir zwischen zwei verschiedenen Situationen unterscheiden, welche wir die Hochdruck- und die Niederdruck-Situation nennen wollen. Die erste ist die Situation, in der Grund und Boden sehr knapp im Verhältnis dazu ist, wieviel man davon brauchen könnte, so daß überall eine hohe Rente bezahlt wird. In diesem Fall sind die Quantitäten

$$\delta_1^X = \frac{e_1^X}{e'_1} \text{ und } \delta_2^X = \frac{e_2^X}{e'_2} \tag{53}$$

überall von kleiner Größenordnung. Die Niederdrucksituation liegt vor, wenn die Quantitäten δ_1^X und δ_2^X nicht von kleiner Größenordnung sind.

Wenn wir $\frac{o_2^Y}{o_1^Y}$ durch β^Y und $\frac{o_2^K}{o_1^K}$ ausdrücken und ähnlich für die Parzelle Z vorgehen, so erhalten wir aus Formel (42)

$$\frac{P_2^K}{P_1^K} = 1 + D \tag{54}$$

wobei D zwischen den Grenzen

$$\left(\frac{\delta_1\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}-1\right)-\beta}{1+\beta}\right)_{min} \lessgtr D \lessgtr \left(\frac{\delta_1\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}-1\right)-\beta}{1+\beta}\right)_{max} \tag{55}$$

liegt. Die obere und die untere Grenze in Formel (55) bezeichnen das entsprechende größte und kleinste Ausmaß, welches der in Frage stehende Ausdruck auf irgendeiner der Parzellen annimmt. Wenn die Zahl D in dieser Weise bestimmt ist, so ist das Verhältnis zwischen den Werten der Erträge je Flächeneinheit auf irgendeinem Stück Boden X durch

$$\frac{P_2^X}{P_1^X} = (1+D)\,(1+\beta^X) \tag{56}$$

gegeben. Wenn wir uns in einer Hochdrucksituation befinden und β^X überall eine kleine Größe ist, dann muß D infolge von (55) ebenfalls eine kleine Quantität sein. Infolgedessen muß nach Formel (56) P_2^X überall nahezu gleich P_1^X sein. Dies gilt ganz abgesehen davon, wie beschaffen das Niveau der Arbeitsaufwendungen λ_1^X und λ_2^X oder ihre Variationen sind. Wir können dies im folgenden Satz ausdrücken: Wenn der Ertrag je Flächeneinheit sich nahezu in demselben Verhältnis für alle Güter verändert, wenn wir von einer Parzelle zur anderen übergehen, dann wird, wenn der Druck auf Grund und Boden wächst, die Produktion einem Zustand zustreben, für den auf jeder Parzelle der Wert des Ertrages je Flächeneinheit für alle Güter derselbe wird. Dies gilt abgesehen davon, wie groß die Arbeitsaufwendungen je Flächeneinheiten sind.

Wenn ein Niederdruck in bezug auf Grund und Boden herrscht, können wir eine solche allgemeine Regel nicht aufstellen. Wir können immerhin folgendes sagen: Wenn wir „Niederdruck" durch die Tatsache definieren, daß für beide Güter eine Parzelle existiert, wo das betreffende Gut keine positive Rente abwerfen kann, dann muß in einer Niederdrucksituation

$$(e_1)_{min} \lesseqgtr e'_1 \lesseqgtr (e_1)_{max} \tag{57}$$

und

$$(e_2)_{min} \lesseqgtr e'_2 \lesseqgtr (e_2)_{max}$$

gelten, wobei $(e_1)_{min}$ und $(e_1)_{max}$ den entsprechenden kleinsten und größten Arbeitskoeffizienten für das Gut Nr. 1 bezeichnet, die es unter allen Parzellen gibt; ähnliches gilt für das Gut Nr. 2. Die Grenzen in Formel (57) zeigen, daß die Preise, wenn die Arbeitskoeffizienten einen geringen Variabilitätsbereich in der Reihe der betrachteten Parzellen haben, nahezu den Arbeitskoeffizienten gleich sein müssen. Auch dies gilt abgesehen von den Arbeitsaufwendungen je Flächeneinheit.

Abgesehen davon, ob der Druck auf Grund und Boden hoch oder niedrig ist, sehen wir aus Formel (44), daß in dem Fall, in dem die Arbeitsaufwendungen λ_1^X und λ_2^X überall nahezu gleich sind (woraus folgt, daß α^X überall klein ist) und fernerhin β^X überall klein ist, das Preisverhältnis $\frac{e'_2}{e'_1}$ nahezu dem Verhältnis zwischen den Arbeitskoeffizienten $\frac{e_2^K}{e_1^K}$ gleich sein muß. Es besteht kein Widerspruch zwischen dieser Feststellung und der oben erwähnten Tatsache, daß das Preisverhältnis unter Hochdruck die Tendenz hat, dem Verhältnis zwischen den Bodenkoeffizienten $\frac{o_2^K}{o_1^K}$ gleich zu werden. Wenn die Arbeitsaufwendungen je Flächeneinheit nahezu gleich sind, dann sind nämlich das Verhältnis zwischen den Arbeitskoeffizienten und das Verhältnis zwischen Bodenkoeffizienten ebenfalls nahezu gleich.

Man soll noch bemerken, daß alle diese obigen Erörterungen zur Gänze davon unabhängig sind, wie sich der Prozeß der Standortsverteilung vollzieht. Wir haben ja in dem vorliegenden Abschnitt diesen Vorgang überhaupt noch nicht erörtert. Nun gehen wir zu seiner Besprechung über.

Die Hauptfaktoren, welche bestimmen, ob es das Vorteilhafteste sein wird, ein gegebenes Stück Boden X für das eine oder für das andere der Güter zu benützen, sind — abgesehen von den Preisen der Güter — der komparative Ertrag und der komparative Arbeitsaufwand auf X. Die Fruchtbarkeit F zeigt nicht in demselben Sinn wie der komparative Ertrag und der komparative Arbeitsaufwand einen selbständigen Einfluß auf den Prozeß der Standortsverteilung. Die Hauptwirkung von F ist nur eine sekundärere, nämlich die Wichtigkeit der Rolle, welche der komparative Ertrag spielt, zu vermehren oder zu verringern. In der Tat bedarf es auf einer sehr fruchtbaren Parzelle, d. h. wo der Ertrag je Flächeneinheit im Vergleich zu der Arbeitsaufwendung je Flächeneinheit groß ist, nur einer geringen perzentuellen Veränderung im komparativen Ertrag, um die Einträglichkeit von dem einem zu einem anderen Gut übergehen zu lassen, mit anderen Worten gesagt, ist die Wirkung des komparativen Ertrages hier sehr groß. Wir werden sehen, daß es nur eine ganz besondere Situation gibt, in der der Einfluß von F auf den Prozeß der Standortsverteilung eine mehr selbständige Rolle spielt, nämlich die Situation, in der alle komparativen Erträge und alle komparativen Arbeitsaufwendungen gleich eins sind, wenn es ferner nur einen niedrigen Druck auf Grund und Boden gibt und wenn letztlich die erreichbare Bodenfläche einer bestimmten Kategorie in einer ganz besonderen Beziehung zu der Nachfrage nach den Erzeugnissen steht.

Wenn der komparative Ertrag und der komparative Arbeitsaufwand von einer Parzelle zur anderen merklich variieren, dann ist es wohl einleuchtend, daß diese zwei Parameter (abgesehen von den Güterpreisen) die Hauptfaktoren sind, welche den Prozeß der Standortsverteilung bestimmen. Diese Situation ist so einleuchtend, daß wir sie hier gar nicht näher zu untersuchen brauchen. Jedermann kann sich durch wenige zahlenmäßige Beispiele selbst davon überzeugen, daß ein gegebenes Gut die Tendenz hat, zu denjenigen Parzellen hingezogen zu werden, wo sein komparativer Ertrag hoch ist und seine komparativen Arbeitsaufwendungen niedrig sind. Die Sachlage ist nicht ganz so klar, wenn die Variabilität des komparativen Ertrages und des komparativen Arbeitsaufwandes gering sind. Aber selbst in diesem Fall ist der Einfluß dieser komparativen Parameter auf den Prozeß der Standortsverteilung grundlegend. Die Situation ist in hohem Maße dieselbe wie mit den Wettrennpferden. Der Fall, wo α^X und β^X überall kleine Zahlen sind, bedarf daher einer näheren Prüfung; zu dieser gehe ich jetzt über.

Die Größe der Variablen F auf dem Stück Grund und Boden, welches das Grenzland für das Gut Nr. 1 in dem Sinne von Arbeitskosten-Deckungsland ist, bezeichnen wir mit $F' = \frac{e_1{}^K}{e'_1}$. In ähnlicher Weise schreiben wir $F'' = \frac{e_2{}^K}{e'_2}$. F'' ist der Grad der Fruchtbarkeit, welchen das Arbeitskosten-Deckungsland für das Gut Nr. 2 gezeigt hätte, wenn diese Fruchtbarkeit durch das Gut Nr. 2 gemessen worden wäre. Da wir übereingekommen sind, die Fruchtbarkeit durch das Gut Nr. 1 zu messen, muß F'' nicht genau gleich der Fruchtbarkeit auf dem Arbeitskosten-Deckungsland für das Gut Nr. 2 sein. Aber dies wird der Fall sein, wenn α^X und β^X überall gleich sind. In diesem Fall haben wir nämlich überall $F_1{}^X = F_2{}^X$.

Mit den oben erwähnten Begriffen haben wir

$$\sigma_2{}^X - \sigma_1{}^X = P_2{}^K L_1{}^K \Delta^X$$

wobei

$$\Delta^X = \left[\beta^X + \left(1 - \frac{P_1{}^K}{P_2{}^K}\right)\right] F - \left[\alpha^X + \left(1 - \frac{\lambda_1{}^K}{\lambda_2{}^K}\right)\right] F'' \tag{58}$$

Diese Formel wird leicht entwickelt, indem wir einfach die Größen in die Definition von $\sigma_2{}^X - \sigma_1{}^X$ einsetzen. Das Gut Nr. 2 wird in einer gegebenen Parzelle X über das Gut Nr. 1 die Oberhand behalten, wenn Δ^X positiv ist, es wird andererseits unterliegen, wenn Δ^X negativ ist. Wenn letztendlich Δ^X gleich 0 ist, dann werden die beiden Güter gleich stark miteinander um X konkurrieren. Δ^X mag daher die Dominanzfunktion (dominance function) genannt werden. Ihre Veränderung wird die wichtigsten Vorgänge des Prozesses der Standortsverteilung offenbaren. Der Kürze halber werden wir meist einfach Δ ohne das Superskript schreiben.

Es ist unmöglich, eine einfache und vollkommen allgemeine Regel für die Veränderung von Δ aufzustellen. Was die Wirkung von F auf Δ z. B. betrifft, so ist es selbst unmöglich, allgemein zu sagen, in welche Richtung dieser Einfluß gehen wird. Diese Richtung wird nämlich von dem Vorzeichen des Koeffizienten von F in Formel (58) abhängen und dieses Vorzeichen hängt seinerseits von β^X ab. Mit anderen Worten gesagt, kann, wenn wir von einer Parzelle zu einer anderen übergehen, wo β dieselbe Größe hat, während F zugenommen hat, diese Zunahme von F die Dominanz des Gutes Nr. 2 sowohl vermehren als auch vermindern. Und ob nun das eine oder das andere zutrifft, hängt unter anderem von der Größe von β ab. Dieses ist einer der Gründe, warum die rigorose Annahme $\beta = 0$ für die Untersuchung des Prozesses der Standortsverteilung so irreführend ist.

Nur durch die Unterscheidung zwischen verschiedenen Situationen können wir eine fruchtbringende Untersuchung von Δ durchführen. Zuerst haben wir die Hochdrucksituation. In dieser Situation sind die Zahlen $\delta_1{}^X$ und D, wie sie in Formel (53) und (54) definiert sind, klein, unter der Voraussetzung, daß die technischen Charakteristiken α und β klein sind; wir wollen nun annehmen, letzteres sei der Fall. Führen wir nun $\delta_1{}^X$ und D ein und vernachlässigen wir die Glieder zweiter Ordnung, d. h. Glieder von der Form βD, $\alpha\delta$ usw. so erhalten wir $\frac{F''}{F} = \delta_1{}^X (1 - D) \frac{\lambda_2{}^K}{\lambda_1{}^K}$ und hienach aus Formel (58)

$$\Delta^X = \left[\beta^X + D - \left(\frac{\lambda_2{}^X}{\lambda_1{}^X} - 1\right) \delta_1{}^X\right] F. \tag{59}$$

Die drei Glieder in der eckigen Klammer in dieser Formel sind alle von derselben Größenordnung, ausgenommen den Fall, wenn $\lambda_1{}^K$ und $\lambda_2{}^K$ annähernd gleich sind, wobei sich dann die Glieder erster Ordnung auf

$\beta^X + D$ reduzieren, so daß die Fruchtbarkeit F jeden Einfluß auf das Vorzeichen von (59) verliert und folglich auch ohne jeden Einfluß auf die Konkurrenz zwischen dem Gut Nr. 1 und Nr. 2 bleibt. Wenn λ_1^K und λ_2^K merklich verschieden sind, dann wird die Fruchtbarkeit eine gewisse Rolle in dem Prozeß der Standortsverteilung spielen, aber keine sehr bedeutende Rolle. In der Tat wird, wenn die Fruchtbarkeit steigt, der einzige Parameter in der eckigen Klammer von Formel (59), der von der Fruchtbarkeit abhängig ist, nämlich δ_1^X, abnehmen. Die Wirkung der Fruchtbarkeit kann daher in dem vorliegenden Fall niemals von größerer Bedeutung sein als die Wirkung von β. Für sehr hohe Grade von Fruchtbarkeit verringert sie sich sogar zu einer Wirkung, die erst in zweiter Linie in Betracht kommt. Dies zeigt, daß selbst dann, wenn die relativen Erträge der beiden Güter nahezu gleich sind, die Ungleichheit dieser Parameter von grundlegender Wichtigkeit in dem Prozesse der Standortsverteilung sein kann. Der bedeutende Einfluß, der in dem vorliegenden Falle von der Fruchtbarkeit ausgeübt wird, besteht nicht darin, daß sie das Vorzeichen von Δ bestimmt, sondern in der Bestimmung der Amplitude der Schwingungen von Δ. Letztere Wirkung ist dem Auftreten von F außerhalb der eckigen Klammer in Formel (59) zuzuschreiben.

Wenn die Parzellen einzig und allein nach F gereiht werden können, so daß einem gegebenen F nicht mehr als eine Größe von α und nicht mehr als eine Größe von β entsprechen, dann kann Δ als eine Funktion von F angesehen werden. Wenn es fernerhin keine systematische Verbindung zwischen der Veränderung von F und β gibt, so daß die Chance, ein positives (oder negatives) β zu erhalten ungefähr gleich groß für kleine wie für große F ist, dann wird die graphische Darstellung von Δ als einer Funktion von F ungefähr so aussehen wie in Abb. 7. Ob die Kurve in einem gegebenen Punkt über oder unter der Nullinie liegt (d. h. ob das Gut Nr. 2 oder Nr. 1 die Oberhand hat), das hängt in erster Linie von den durch β bewirkten Schwankungen der Kurve ab (vgl. Abb. 7). Eine Preissteigerung des Gutes Nr. 2 bedeutet infolge von Formel (54) eine Steigerung von D (während die anderen Quantitäten in der eckigen Klammer der Formel (59) unverändert bleiben). Dies drückt sich in der graphischen Darstellung

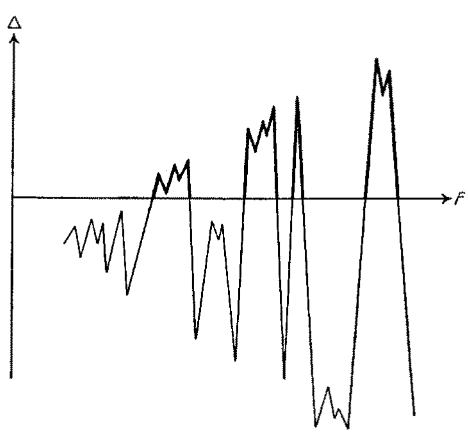

Abb. 7

einfach dadurch aus, daß die Nullinie gesenkt wird. Das wird einleuchtenderweise die Wirkung haben, daß der Teil der Kurve, der schon oberhalb der Nullinie war, oben bleibt und daß hiezu noch gewisse Teile, die früher unten waren, nach oben kommen. Wenn das Gut Nr. 2 immer höher und höher gewertet wird, wird das Gut Nr. 1 aus immer mehr und mehr Parzellen hinausgedrängt werden. Die letzte Festung, die das Gut Nr. 1 halten wird, sind einige der allerfruchtbarsten Grundstücke, nämlich solche, wo in der Zeichnung ein ausgeprägtes Wellental auftritt, d. h. wo β groß und negativ ist. So wird es sich, roh gesprochen, verhalten, ohne Rücksicht darauf, ob das Gut Nr. 1 oder Nr. 2 den größten Arbeitsaufwand hat. Der Arbeitsaufwand wird in dem vorliegenden Fall nur eine untergeordnete Rolle spielen.

In der Niederdruck-Situation haben wir zwischen den beiden Fällen zu unterscheiden, wo entweder eine große oder nur eine geringe Bodenfläche von dem Typus, wo F hoch und β hoch und positiv ist, erlangbar ist, wobei die Ausdrücke „große" und „geringe" Bodenfläche in Beziehung auf bestimmte Gegebenheiten auf der Nachfrageseite verstanden werden sollen, die jetzt näher erklärt werden. Aus Formel (55) ersehen wir, daß D, wenn β überall klein ist (wie wir jetzt annehmen), und wenn $\lambda_1{}^X$ und $\lambda_2{}^X$ überall annähernd gleich sind, eine kleine Zahl sein muß (dies gilt, nebenbei gesagt, ganz abgesehen davon, ob der Druck groß oder klein ist). Aus Formel (58) erhalten wir näherungsweise

$$\Delta^X = (\beta^X + D)\,F - (\alpha^X + d)\,F'' \tag{60}$$

worin d durch

$$\frac{\lambda_2{}^K}{\lambda_1{}^K} = 1 + d \tag{61}$$

definiert ist. Dies führt uns zu einer Situation, die jener ähnlich ist, welche Abb. 7 zeigt, die wir schon besprochen haben. Wir nehmen daher an, daß das Verhältnis $\frac{\lambda_2{}^K}{\lambda_1{}^K}$ sich merklich von 1 unterscheidet. Da wir annehmen, daß dieses Verhältnis sich nur wenig verändert, wenn wir von einer Parzelle zu einer anderen übergehen, beeinträchtigt es die Allgemeinheit unserer Betrachtungen nicht, wenn wir annehmen, daß $\frac{\lambda_2{}^X}{\lambda_1{}^X}$ überall merklich größer als 1 ist. In diesem Falle können wir sagen, daß das Gut Nr. 2 den größten Arbeitsaufwand hat, ohne daß wir es nötig haben, die Parzelle zu bezeichnen, auf welche sich diese Feststellung bezieht. Die wesentliche Frage ist jetzt: Wird das Preisverhältnis $\frac{e'_2}{e'_1}$ in dem Gleichgewichtspunkt derart sein, daß das Verhältnis $\frac{P_2{}^K}{P_1{}^K}$ 1 nahe kommt, oder wird dieses Verhältnis von 1 wesentlich abweichen? Wenn $\frac{P_2{}^K}{P_1{}^K}$ nahe bei 1 liegt, dann wird das Vorzeichen des Koeffizienten von F in Formel (58) nahezu ausschließlich von β abhängen, anderenfalls wird das Vorzeichen von F merklich von dem Vorzeichen von $\left(1 - \frac{P_2{}^K}{P_1{}^K}\right)$ abhängig sein.

Welcher von diesen beiden Fällen vorliegen wird, hängt davon ab, ob eine große oder kleine Bodenfläche von solcher Art erlangbar ist, wo F groß und β groß und positiv ist[1]). Wenn eine genügend große Bodenfläche von dieser Art erlangbar ist, dann wird das Verhältnis $\frac{P_2K}{P_1K}$ sich nicht sehr von 1 unterscheiden. Wenn wir annehmen, daß dieses Verhältnis nahe bei 1 liegt, dann wird Δ^X in der Tat näherungsweise gleich mit

$$\Delta^X = (\beta^X + D)\,F - \left[\alpha^X + \left(1 - \frac{\lambda_1 K}{\lambda_2 K}\right)\right] F'' \tag{62}$$

sein, wobei β^X und D kleine Zahlen von derselben Größenordnung sind. Die graphische Darstellung der Funktion Δ^X wird nun von demselben Typus sein, wie die in Abb. 7 gezeigte, mit der Ausnahme, daß das Nullniveau viel höher liegt, so daß nur wenige von den höchsten Gipfeln oberhalb der Nullinie liegen. Diese Gipfel entsprechen den Parzellen mit hohem F und hohem und positivem β. Dies ist der Typus von Grund und Boden, wo das Gut mit dem höchsten Arbeitsaufwand erzeugt werden wird. Die Tatsache, daß es nur wenige solche Gipfel gibt, bedeutet natürlich nicht, daß auch die gesamte Bodenfläche von dieser Art von Grund und Boden gering ist. Dies ist eine davon völlig unabhängige Tatsache, welche als ein neues Datum in das Problem eingeht. Nehmen wir nun an, daß genug Bodenfläche von dieser Art von Grund und Boden erreichbar ist, um die effektive Nachfrage nach dem Gut Nr. 2 zu befriedigen. Das Preisgleichgewicht wird dann schon durch eine geringfügige Veränderung der Preise hergestellt werden, um gerade die Menge von Boden, die für das Gut Nr. 2 gebraucht wird, bereit zu stellen. In der Preislage, die sich letztendlich ergibt, wird das fruchtbarste Land zwischen der Produktion des Gutes Nr. 1 und des Gutes Nr. 2 in einer Weise geteilt werden, welche vornehmlich durch die Veränderungen von β bestimmt ist.

Wenn andererseits nur eine kleine Bodenfläche von dem in Frage stehenden Grund und Boden erreichbar ist, dann wird der Preis des Gutes Nr. 2 entsprechend der unbefriedigten Nachfrage steigen müssen. Dies muß zwei Wirkungen haben: Es wird die Nullinie in Abb. 7 nach unten bewegen und gleichzeitig das Bild der graphischen Darstellung selbst verändern. Es wird nämlich einen nach aufwärts gerichteten Trend einführen, weil der Koeffizient von F in Formel (58) nun positiv definiert werden wird. Dies soll nicht bedeuten, daß Δ monoton mit F wächst. Da können noch kleinere Schwankungen nach oben und unten vorkommen, aber der Trend auf lange Sicht wird aufwärts gerichtet sein. Wir werden eine Situation vorliegen haben, ähnlich wie sie Abb. 8

[1]) Wenn wir angenommen hätten, daß $\frac{\lambda_2 X}{\lambda_1 X}$ wesentlich kleiner als 1 ist, so wäre der Typus des in Frage kommenden Grund und Bodens Boden mit F und großem negativen β gewesen.

zeigt. In diesem Falle ist der Hauptfaktor, der Standortsverteilung beeinflußt, die Fruchtbarkeit. Das Gut mit dem höchsten Arbeitsaufwand wird, ganz roh gesprochen, zu dem fruchtbarsten Boden hinbewegt werden.

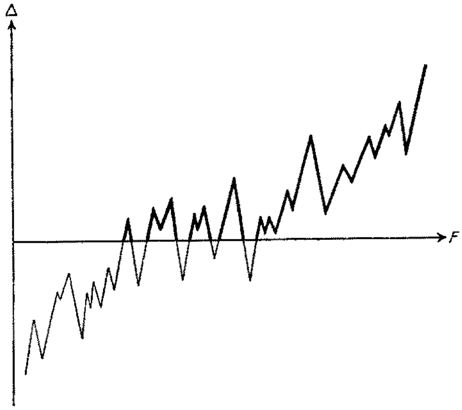

Abb. 8

Eine exaktere Darstellung des Prozesses der Standortsverteilung kann dann gegeben werden, wenn wir die Häufigkeitsverteilung der Parzellen nach ihren Charakteristiken α, β und F einführen. Um die Sache zu vereinfachen, wollen wir annehmen, daß der Boden sich kontinuierlich über unendlich viele Parzellen verteilt und daß die Attribute α und β von F unabhängig sind. Mit andern Worten gesagt, nehmen wir an, daß wir eine Matrikelfunktion von der Form

$$\omega(\alpha, \beta, F) = K(\alpha, \beta) \cdot H(F) \tag{63}$$

haben, wo K von F und H von α und β unabhängig ist.

Einige von den Parzellen mit der Fruchtbarkeit F werden zur Erzeugung des Gutes Nr. 2 benützt werden, nämlich solche, für welche $\Delta^X > 0$ und gleichzeitig $\sigma_2^X > 0$ ist. Diese Bedingungen bedeuten, daß der Punkt (α, β) oberhalb der beiden geraden Linien liegt, welche wir in (α, β) Koordinaten folgendermaßen ausdrücken:

$$\beta = B(\alpha) = \frac{F''}{F}\alpha + \left(1 - \frac{\lambda_1^K}{\lambda_2^K}\right)\frac{F''}{F} - \left(1 - \frac{P_1^K}{P_2^K}\right) \tag{64}$$

und

$$\beta = C(\alpha) = \frac{F''}{F}\alpha + \frac{F''}{F} - 1 \tag{65}$$

Wenn F sich verändert, so verändern sich auch die geraden Linien mit der Formel (64) und (65). Alle die Linien, die durch Formel (64) definiert sind, werden durch den Invarianzpunkt

$$\left(\alpha = \frac{\lambda_1^K}{\lambda_2^K} - 1,\ \beta = \frac{P_1^K}{P_2^K} - 1\right)$$

gehen. Alle Linien, die durch Formel (65) definiert sind, werden durch den Punkt ($\alpha = -1$, $\beta = -1$) gehen. Fernerhin sehen wir, daß für jedes F die beiden Linien, die durch Formel (64) und (65) definiert sind, parallel sind und daß $B(\alpha) - C(\alpha) = \left(\frac{P_1^K}{P_2^K}\right) \cdot \frac{(F - F')}{F}$ ist. Die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß der Punkt (α, β) oberhalb der beiden Linien liegt, ist daher, daß $\beta > B(\alpha)$ wenn $F > F'$ und daß

$\beta > C(\alpha)$ wenn $F < F'$. Der Prozentsatz der Parzellen mit der Fruchtbarkeit F, welcher zur Erzeugung des Gutes Nr. 2 benützt wird, ist folgerichtiger Weise gleich mit

$$\varrho(F) = \frac{\int\limits_{-1}^{+\infty} d\,\alpha \int\limits^{+\infty} d\,\beta \cdot K(\alpha,\beta)}{\int\limits_{-1}^{+\infty} d\,\alpha \int\limits_{-1}^{+\infty} d\,\beta \cdot K(\alpha,\beta)}. \tag{66}$$

Die untere Grenze des zweiten Integrals in Formel (66) soll gleich $B(\alpha)$ oder $C(\alpha)$ gesetzt werden, je nachdem, ob $F \lesseqgtr F'$. Die unteren Grenzen in den übrigen Integralen sind -1, da $1+\alpha$ und $1+\beta$ infolge der Definitionen (48) und (49) positiv sein müssen. Die einzige Art und Weise, auf die $F\,\varrho$ beeinflußt, ist durch die untere Integrationsgrenze $B(\alpha)$ bzw. $C(\alpha)$. Dies ist die bedeutendste Folgerung aus der Annahme, daß die Verteilung von α und β von F unabhängig ist. Wenn α überall größer als $\frac{\lambda_1^K}{\lambda_2^K} - 1$ ist, was dasselbe bedeutet, wie daß überall $\lambda_2^X > \lambda_1^X$ ist, dann genügt es, die Integrationen in Formel (66) über das Gebiet rechts von dem Invarianzpunkt für (64) auszudehnen. Da die Neigung der geraden Linien (64) und (65), nämlich $\frac{F''}{F}$, immer mit F sinkt (für eine gegebene Preislage), sehen wir, daß eine Steigerung von F, wenn überall $\lambda_2^X > \lambda_1^X$, niemals eine Einschränkung des Integrationsgebietes bedeutet. Da der Integrand nicht negativ ist, gilt folgerichtiger Weise dieser Satz: Wenn die Verteilung der Charakteristiken α und β von F unabhängig und wenn überall $\lambda_2^X > \lambda_1^X$ ist, dann wird die relative Anzahl der Parzellen (von einer gegebenen Fruchtbarkeit), welche zur Erzeugung des Gutes Nr. 2 benützt werden, nicht sinken, wenn die Fruchtbarkeit steigt.

Ein ähnlicher Satz kann in bezug auf den komparativen Ertrag entwickelt werden. Wenn die Verteilung in (F,α) von β unabhängig ist und wenn wir berechnen, ein wie hoher Prozentsatz von dem Boden mit dem komparativen Ertrag $1+\beta$ zur Erzeugung des Gutes Nr. 2 benützt werden wird, werden wir dazu geführt, das Integral der Matrikelfunktion in (F,α) über diejenigen Punkte zu betrachten, welche rechts von dem Punkt $F=0$ und unter den beiden geraden Linien mit folgenden (F,α)-Koordinaten:

$$\alpha = a(\beta) = \left(\beta + 1 - \frac{P_1 K}{P_2 K}\right)\frac{F}{F''} - \left(1 - \frac{\lambda_1^K}{\lambda_2^K}\right) \tag{67}$$

und

$$\alpha = c(\beta) = (\beta+1)\frac{F}{F''} - 1 \tag{68}$$

liegen. Wenn β sich verändert, dann verändern sich auch die Linien, die durch die Gleichungen (67) und (68) definiert sind. Der Invarianzpunkt ist $\left(F=0,\ \alpha=\frac{\lambda_1{}^K}{\lambda_2{}^K}-1\right)$ für (67) und $(F=0,\ \alpha=-1)$ für (68). Die Neigung von (67) ist geringer als diejenige von (68) und beide Neigungen nehmen zugleich mit β zu, so daß die Fläche, welche gleichzeitig unter beiden Linien und rechts vom Punkte $F=0$ liegt, wächst, wenn β wächst. Algebraisch ausgedrückt: Min $[a(\beta),\ c(\beta)]$ wächst mit β für jedes $F>0$. Hieraus folgt: Wenn die Verteilung der Charakteristiken F und α von β unabhängig ist, dann sinkt die relative Anzahl der Parzellen (mit einem gegebenen β), welche zur Erzeugung des Gutes Nr. 2 benützt wird, nicht, wenn β zunimmt.

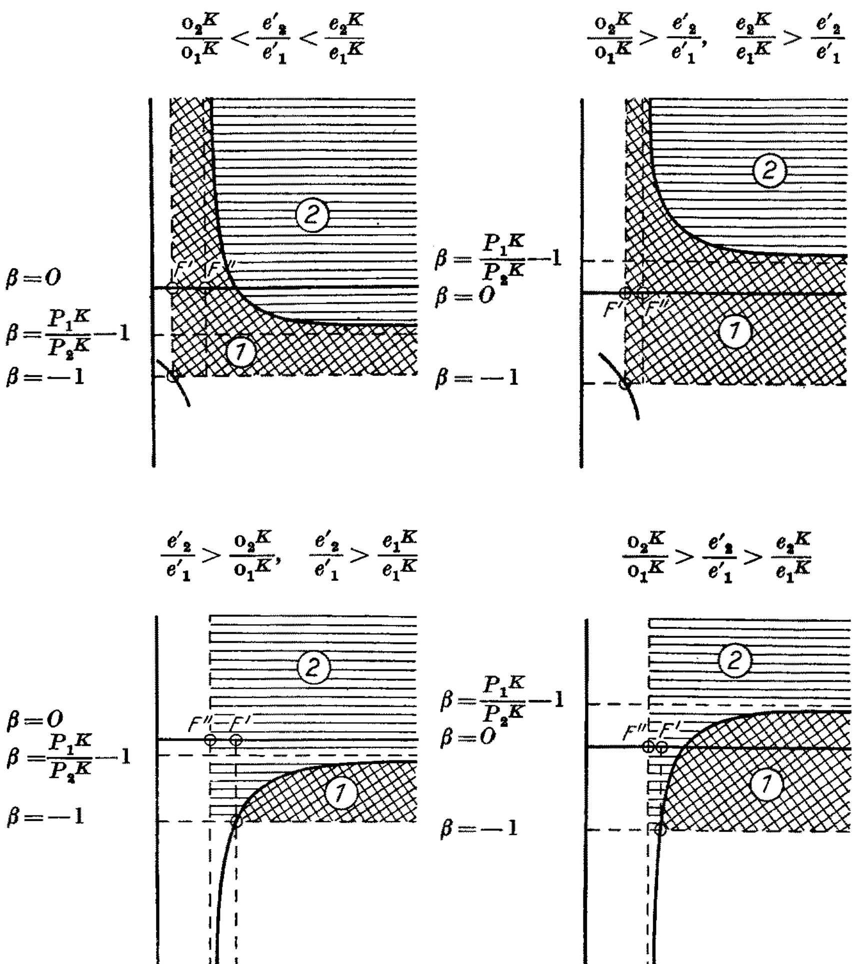

Abb. 9

Wenn überall $\alpha=\beta$, was bedeutet, daß überall $F_1=F_2$, so hat die Verteilung nur zwei unabhängige Parameter β und F. Das Gut Nr. 2 wird in denjenigen Punkten der (β,F)-Fläche die Oberhand gewinnen, die rechts von der senkrechten Linie $F=F''$ und oberhalb der gleichseitigen Hyperbel

$$\left(\beta+1-\frac{P_1K}{P_2K}\right)(F-F'')=\frac{P_1K}{P_2K}(F''-F') \tag{69}$$

gelegen sind. Das rechte Glied in Formel (69) kann auch in der Form $\left(\frac{P_1K}{P_2K}-\frac{\lambda_1K}{\lambda_2K}\right)$ geschrieben werden. Die Abszisse in der Gleichung (69) die der Ordinate $\beta=-1$ entspricht, ist $F=F'$. Die Ordinate β in Formel (69) (rechts von $F=F''$) steigt oder fällt monoton, je nachdem, ob $F''<F'$ oder $F''>F'$ (im vorliegenden Falle, wo $F_1=F_2$, ist F', die Fruchtbarkeit des Arbeitskosten-Deckungslandes für das Gut Nr. 2). Und dieses Kriterium ist äquivalent mit $\frac{e'_2}{e'_1}\lessgtr\frac{e_2K}{e_1K}$. Die vier Situationen in Abb. 9 sind möglich. Welche von diesen vier Situationen sich in der Tat verwirklichen wird, das hängt von der genauen Natur der Verteilung der Parzellen nach F und β ab. Um irgend eine der Situationen in Abb. 9 aufrecht zu erhalten, muß die gesamte Bodenfläche, die durch die Parzellen in der schattierten Fläche oberhalb der Hyperbel dargestellt ist, gerade ausreichen, um die effektive Nachfrage nach dem Gut Nr. 2 bei dem in Frage stehenden Preis zu befriedigen. Eine genaue Untersuchung der verschiedenen möglichen Fälle kann leicht nach denselben Grundlinien durchgeführt werden, welche wir in der Besprechung der Standortsverteilung verfolgt haben, wenn α und β kleine Zahlen waren.

Die wichtigste Seite, nach der dieses Ergebnis verallgemeinert werden müßte, besteht darin, den Fall zu betrachten, wo der Grad der Intensivierung λ und das Erträgnis für die Arbeitsstunde ν nicht konstant sind. Ein Weg, auf dem eine solche Verallgemeinerung gemacht werden kann, besteht darin, die Reihe der Gleichgewichtspreise $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \ldots \varepsilon_n$ als eine neue Reihe von Veränderlichen in die Matrikelfunktion einzuführen, indem man immer noch diese Funktion für unser Problem als ein Datum ansieht. Eine solche Untersuchung wäre nicht wesentlich komplizierter als diejenige, welche wir oben klargelegt haben. Aber andererseits würde dies kein wirklich neues Element in unsere Untersuchung einführen. Das, was in dem Falle, wenn wir die Quantitäten λ und ν als Variable ansehen, wesentlich ist, ist nämlich die Untersuchung, wie der Mechanismus der gegenseitigen Abhängigkeit zwischen der Preislage und den einzig und allein technischen Charakteristiken des Produktionsprozesses arbeitet. Wenn wir einfach die Preise in die Matrikelfunktion einführen und diese Funktion als gegeben annehmen, so würden wir von dem allgemeinen Problem gerade dasjenige ausschließen, was daran am wesentlichsten ist.

Eine wirklich tief schürfende Untersuchung des allgemeinen Problems würden wir nur dadurch erhalten, daß wir als Grundlage unserer Untersuchung eine bestimmte Verteilung der Bodenparzellen nach der Natur der technischen Produktionsfunktionen nehmen, die in jeder Parzelle vorwalten. Wenn wir von diesem einzig und allein technischen Datum und von der Natur der Nachfragefunktionen ausgehen, so müßte das endgültige Gleichgewicht der Preise analysiert werden. Aber hier will ich mich darauf beschränken, dieses Problem nur darzulegen, ohne einen Versuch zu machen, es zu lösen.

(Übersetzt von Gerhard Tintner, Wien.)