Särtryck ur Nordisk Järnbanetidskrift häfte 1, 1932.

En metode til å beregne lokale trafikkintensiteter.

Av *Ragnar Frisch*, professor i statsökonomi og statistikk ved universitetet i Oslo.

1. Begrepet trafikkintensitet.
2. Lokal og total trafikkintensitet langs en isolert linje.
3. Lokal og total trafikkintensitet i et jernbanenett.
4. Trafikkintensitetene for stasjonsgrupper.
5. Den konkrete betydning av stasjonenes og stasjonsgruppenes intensitetstall.
6. Den statistiske teknikk ved bestemmelsen av stasjonenes intensitetstall.
7. Approksimativ beregning av trafikkintensitetene for stasjonsgrupper.

Sekretær Hans Finsen ved Statsbanenes Kalkulasjonskontor har forelagt ig spørsmålet om jeg kan angi en metode hvorved man kan elimiere den virkning som åpningen av nye baner har i retning av å senke iddeltallene for trafikkintensiteten (personkm. og godstonnkm. pr. km. iftslengde).

Nærværende artikkel er et forsøk på å angi en sådan metode.

1. *Begrepet trafikkintensitet.*

Kapasiteten av en bestemt bane eller av et lands jenbanesystem som elhet kan til forskjellige tider være utnyttet i sterkere eller svakere grad. rafikkintensiteten er en koeffisient ved hvilken man forsøker å gi et utykk for denne større eller mindre utnyttelsesgrad. Denne intensitet kan nkes målt på forskjellige måter. Man kan f. eks. tenke på vognmateriellts utnyttelsesgrad, personalets utnyttelsesgrad, selve linjens utnyttelsesgrad . s. v. I nærværende artikkel har vi kun linjens utnyttelsesgrad for øie. idere kan man sondre mellem persontrafikkens intensitet, godstrafikkens intensitet, intensiteten for de forskjellige kategorier av gods o. s. v. For enkelhets skyld skal jeg her kun behandle beregninger av intensitetstallet for den totale godstrafikk, men hele resonnementet er generelt og kan anvendes like godt på enkelte godskategorier eller på persontrafikken.

Det almindeligst anvendte intensitetsmål for godstrafikken fremkommer på følgende måte: For et bestemt tidsinterval, f. eks. et år, multipliserer man tonnvekten av hver effektuert ladning med det antall km. som vedkommende ladning tilbakelegger. Summen av alle de således fremkomne tall for hele vedkommende bane eller banesystem er *trafikkmengden* i vedkommende år. Dens benevning er tonnkilometer. Det tall som fremkommer ved å dividere trafikkmengden med banens, respektive banesystemets, lengde i kilometer er *trafikkintensiteten*. Nærmere bestemt: det er den gjennemsnitlige trafikkintensitet for vedkommende bane i det angjeldende år. Dette tall har benevningen tonn rett og slett. Men det blir allikevel et tall som uttrykker noget annet enn den samlede godsmengde mottatt til forsendelse. Det påvirkes ikke bare av den mottatte godsmengde, men også av den gjennemsnitlige transportlengde for de enkelte ladninger.

En av de anvendelser man ønsker å gjøre av dette intensitetstall er å studere hvorledes trafikken veksler med gode og dårlige tider, med landets velstand i sin almindelighet o. s. v. Netop i denne henseende lider imidlertid det ovenfor definerte gjennemsnitlige intensitetsmål av en mangel som er særlig iøienspringende i et utstrakt men tyndt befolket land hvor åpningen av en ny linje er en stor og nokså sjelden begivenhet. Når en slik linje åpnes, vil nevneren i den brøk hvorved det gjennemsnitlige intensitetstall er definert, undergå en betraktelig stigning. Men telleren i brøken vil ikke straks stige i samme forhold. Åpningen av en slik bane innfører derfor en *diskontinuitet* i intensitetstallet som gjør det vanskelig å bruke tallet til en studie av trafikkens variasjon med den almindelige økonomiske konjunkturbevegelse, med den sekulære variasjon i landets velstand o. s. v.

Formålet med nærværende artikkel er å forsøke å konstruere et, eller rettere sagt en gruppe av, intensitetstall som såvidt mulig er fri for ovennevnte mangel. Pointet i den metode jeg foreslår er at trafikkintensiteten — istedetfor å uttrykkes ved transportlengden for de enkelte ladninger — blir uttrykt ved hjelp av *den tonnasje som passerer de enkelte stasjoner.* På den måten blir intensiteten definert som et *lokalt* begrep. Og landets totale trafikkintensitet — om man ønsker å beregne den — vil fremkomme som et gjennemsnitt av de lokale intensiteter.

2. *Lokal og total trafikkintensitet langs en isolert linje.*

La oss betrakte en isolert linje. Dens stasjoner betegner vi nr. 1, 2 . . . n. Stasjon 1 er begynnelsesstasjonen og n endestasjonen (se fig. 1). La k være en vilkårlig av stasjonene, og la a_k være avstanden målt i kilometer fra k til den foranliggende stasjon, b_k avstanden fra k til den efterfølgende stasjon. For begynnelsestasjonen setter vi $a_1 = 0$, for endestasjonen $b_n = 0$. Overalt har vi åpenbart $a_k = b_{k-1}$. For å gjøre situasjonen konkret kan vi tenke oss at linjen løper fra nord mot syd og overensstemmende hermed kaller vi tallene a_k og b_k henholdsvis det nordgående og sydgående distansetall fra stasjon nr. k.

Summen av det nordgående og sydgående distansetall fra stasjon nr. k, nemlig tallet

$$g_k = a_k + b_k \qquad (2, 1)$$

vil vi kalle *distansetallet omkring stasjon k.*

Ved hver stasjon betrakter vi to kategorier av gods: I *Behandlingsgods* og II *Transittgods.*

Behandlingsgodset består for det første av *ankomstgods*, d. v. s. gods som ankommer pr. jernbane med vedkommende stasjon som bestemmelsessted, altså gods som blir utlosset på vedkommende stasjon. Dernæst har vi *avgangsgodset*, d. v. s. gods som av publikum innleveres på vedkommende stasjon til avsendelse med jernbanen, altså gods som på vedkommende stasjon blir innlastet i jernbanevogner. Ankomstgodset og avgangsgodset utgjør tilsammen behandlingsgodset. Transittgodset er gods som kommer pr. jernbane fra en annen stasjon og passerer den betraktede stasjon på

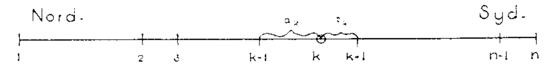

Fig 1.

sin vei mot bestemmelses-stasjonen. Dette gods blir hverken lastet eller losset på den betraktede stasjon. For vårt formål kan vi bortse fra det tilfelle da man er nødt til å foreta omlastninger underveis.

Prinsipielt sett inntar behandlingsgodset og transittgodset samme stilling i våre beregninger. Av rent praktisk-statistiske grunner er det imidlertid nyttig å sondre mellem dem. Data for behandlingsgodset foreligger nemlig direkte i godsbøkene for vedkommende stasjon, mens transittgodset må beregnes på grunnlag av godsbøkene for hele vedkommende linje eller linjesystem. Jeg skal nedenfor gå litt inn på de rent statistisk tekniske spørsmål som reiser sig i denne forbindelse. Foreløbig tar jeg for gitt at disse data kan skaffes.

For vårt formål er sondringen mellem nordlig og sydlig trafikk prinsipielt sett viktigere enn sondringen mellem behandlingsgods og transittgods. For ankomstgodset på stasjon k må vi skille mellem nordankommende og sydankommende. Og for avgangsgodset må vi skille mellem nordavgående og sydavgående.

La det samlede antall tonn behandlingsgods som i løpet av en viss tidsenhet, f. eks. et visst år, er ankommet nordfra til stasjon nr. k være A'_k. Og la B'_k være tonnasjon av det behandlingsgods som i årets løp er ankommet sydfra. Vi bekymrer oss ikke om hvorvidt disse forsendelser er kommet fra nærliggende eller fjerntliggende stasjoner. Det er kun et spørsmål om hvor meget behandlingsgods som i årets løp faktisk er ankommet. Tallene A'_k og B'_k kaller vi henholdsvis nordankommende og sydankommende behandlingsgods ved stasjon k

Tonnasjen for nordavgående og for sydavgående behandlingsgods fra stasjon k i løpet av den betraktede tidsenhet betegner vi henholdsvis A''_k og

B''_k. Tallene $A_k = A'_k + A''_k$ og $B_k = B'_k + B''_k$ uttrykker henholdsvis den samlede mengde nordlig og sydlig behandlingsgods.

Den mengde *transittgods* som i årets løp har passert stasjon nr. k, enten for nord- eller sydgående, betegner vi P_k. For korthet skyld kaller vi dette tallet transitmengden ved stasjon k. Vi får altså følgende skjema.

I. *Behandlingsgods på stasjon k.*

	Ankomstgods	Avgangsgods	Ialt
Nordlig	A'_k	A''_k	$A_k = A'_k + A''_k$
Sydlig	B'_k	B''_k	$B_k = B'_k + B''_k$

II. *Transittgods ved stasjon k* (nordgående og sydgående sammenlagt) P_k.

På grunnlag av de her nevnte størrelser danner vi nu uttrykket

$$W_k = a_k A_k + b_k B_k + (a_k + b_k) P_k. \tag{2, 2}$$

Størrelsen W_k kaller vi *trafikkmengden omkring stasjon k.* Dens benevning er tonnkilometer. Den uttrykker den samlede trafikkmengde vi får når vi fester opmerksomheten ved det gods som i årets løp er kommet i berøring med stasjon k, og vi i hvert tilfelle følger dette gods på dets vei inntil nærmeste stasjon nordover eller sydover. Vi kan også uttrykke det slik: W_k er den samlede trafikkmengde prestert av det linjestykke som ligger mellem stasjonen k's nordlige og sydlige nabostasjon. Det er let å se at det er denne trafikkmengde størrelsen W_k uttrykker. Første ledd i (2, 2) representerer nemlig trafikkmengden mellem k og naboststasjonen i nord forsåvidt angår det gods som har k som bestemmelsessted eller avgangssted. Og annet ledd representerer det samme mellem k og nabostasjonen i syd. Endelig representerer siste ledd i (2, 2) trafikkmengden for det gods der passerer k enten nordover eller sydover, idet dog kun den del av transportlengden for dette gods medregnes som ligger mellem den nordlige og sydlige nabostasjon for k. Det er klart at vi på denne måte kommer til å medregne én og kun én gang enhver last som er kommet i berøring med det betraktede linjestykke.

Vi stiller nu trafikkmengden W_k i forhold til lengden av det linjestykke hvortil den refererer sig, d. v. s. i forhold til lengden $g_k = a_k + b_k$. Det derved fremkomne forholdstall, nemlig

$$w_k = \frac{W_k}{g_k} = \frac{a_k A_k + b_k B_k + (a_k + b_k) P_k}{a_k + b_k} \tag{2, 3}$$

kaller vi *trafikkintensiteten omkring stasjon k.*

Dette er et tall som kan beregnes for hver enkelt stasjon. Formelen kan også brukes for begynnelses- og endestasjonen. Ved begynnelsesstasjonen setter man bare $a_1 = 0$ og ved endestasjonen $b_n = 0$. Dessuten blir ved begge disse to stasjoner $P = 0$, således at formelen for begynnelses- og endestasjonen simpelthen kommer til å angi den ekspederte godsmengde.

Mellem de ved (2, 3) definerte lokale trafikkintensiteter og den totale trafikkintensitet for hele linjen, definert på den i avsnitt 1 angivne måte, eksisterer der følgende fundamentale sammenheng:

Den totale trafikkintensitet w er lik

$$w = \frac{g_1 w_1 + g_2 w_2 + \ldots + g_n w_n}{g_1 + g_2 + \ldots + g_n} \tag{2, 4}$$

D. v. s. *den totale trafikkintensitet for hele linjen er simpelthen det aritmetiske gjennemsnitt av trafikkintensitetene omkring de enkelte stasjoner*, idet hver stasjon tillegges en vekt lik distansetallet omkring vedkommende stasjon. Denne formel viser at de ved (2, 3) definerte intensitetstall for stasjonene må bli av betydelig interesse som et middel til å analysere trafikksituasjonen.

For å bevise (2, 4) skal jeg først vise hvilken sammenheng der eksisterer mellem linjens totale trafikkmengde og trafikkmengden omkring de enkelte stasjoner således som denne siste er definert ved (2, 2). *Den samlede trafikkmengde for linjen er simpelthen lik halvparten av summen* $W_1 + W_2 + \ldots + W_n$. Hvis linjens totale trafikkmengde kalles W, har vi altså

$$2W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n \tag{2, 5}$$

Dette insees lettest ved at vi tenker oss at der tilkommer en viss nærmere bestemt ekspedisjon og så undersøker hvorledes denne ekspedisjon virker på den ene side på W og på den annen side på summen $W_1 + W_2 + \ldots + W_n$. La oss først tenke oss at der sendes 100 tonn fra stasjon k til den sydlige nabostasjon for k nemlig stasjonen $(k + 1)$. Den derved skapte trafikkmengde er åbenbart 100 b_k. D. v. s. den totale trafikkmengde for linjen, nemlig tallet W øker med 100 b_k tonnkilometer. På den annen side vil imidlertid den betraktede ekspedisjon øke både W_k og W_{k+1} med dette samme beløp 100 b_k. Ser vi på uttrykket (2, 2) for W_k så er det nemlig klart at den betraktede ekspedisjon øker B''_k med 100 tonn. Og i det tilsvarende uttrykk for W_{k+1} vil A'_{k+1} øke med 100 tonn. Og da $a_{k+1} = b_k$ vil dette netop gi en økning i W_{k+1} lik 100 b_k tonnkilometer. Alt i alt vil altså summen $W_1 + W_2 + \ldots + W_n$ øke med 200 b_k tonnkilometer.

La oss dernest anta at de 100 tonn sendes fra k sydover forbi $(k + 1)$ med $(k + 2)$ som bestemmelsessted. I dette tilfelle vil åbenbart den totale trafikkmengde W øke med 100 $(b_k + b_{k+1})$. På den annen side vil økningen i summen $W_1 + W_2 + \ldots + W_n$ nu bli 200 $(b_k + b_{k+1})$ Nærmere bestemt: W_k vil øke med 100 b_k, W_{k+1} med 100 $(a_{k+1} + b_{k+1}) = 100\ (b_k + b_{k+1})$ og W_{k+2} med 100 $a_{k+2} = 100\ b_{k+1}$. Dette følger simpelthen derav at den betraktede ekspedisjon øker B''_k, P_{k+1} og A'_{k+2}, hver med 100 tonn. Hvis forsendelsen skjer fra k forbi $(k + 1)$ og $(k + 2)$ med $(k + 3)$ som bestemmelsessted, vil den totale trafikkmengde W øke med 100 $(b_k + b_{k+1} + b_{k+2})$. På den annen side øker nu B''_k, P_{k+1}, P_{k+2} og A'_{k+3} hver med 100 tonn hvilket bevirker en økning i W_k, W_{k+1}, W_{k+2} og W_{k+3} med henholdsvis 100 b_k, 100 $(a_{k+1} + b_{k+1}) = 100\ (b_k + b_{k+1})$, 100 $(a_{k+2} + b_{k+2}) = 100\ (b_{k+1} + b_{k+2})$ og 100 $a_{k+3} = 100\ b_{k+2}$. Økningen i summen $W_1 + W_2 + \ldots + W_n$ vil altså bli 200 $(b_k + b_{k+1} + b_{k+2})$, d. v. s. også i dette tilfelle dobbelt så stor som økningen i W. Dette resonnementet er åbenbart helt generelt. Det gjelder likegodt for nordgående som for sydgående trafikk og uansett hvor mange stasjoner godset passerer. Vi kan sammenfatte dette ved å si at når trafikmengden omkring de enkelte stasjoner er definert ved (2, 2) så vil alltid enhver ekspedisjon komme til å figurere i nøiaktig to lokale trafikkmengder, slik at summen $W_1 + W_2 + \ldots + W_n$ påvirkes dobbelt så sterkt som tallet W. Da såvel de lokale trafikkmengder $W_1, W_2 \ldots W_n$ som den totale trafikkmengde W er bygget op av slike enkeltekspedisjoner er det klart at (2, 5) må gjelde helt generelt.

La oss dernest betrakte lengden av hele linjen målt i km. Hvis denne lengde betegnes g har vi

$$2g = g_1 + g_2 + \ldots + g_n \tag{2, 6}$$

M. a. o. *Den samlede banelengde er halvparten av summen av distansetallene omkring de enkelte stasjoner.* Dette følger simpelthen derav at enhver del av linjen ligger mellem to stasjoner. Den blir altså regnet med i distansetallet for nøiaktig to stasjoner.

Ved å dividere (2, 5) med (2, 6) finner vi at den totale trafikkintensitet for hele linjen blir

$$w = \frac{W}{g} = \frac{W_1 + W_2 + \ldots + W_n}{g_1 + g_2 + \ldots + g_n} \tag{2, 7}$$

Men W_k kan ifølge definisjonen gitt i første ledd av (2, 3) skrives $W_k = g_k w_k$, således at høire side i (2, 7) også kan skrives på formen (2, 4).

3. *Lokal og total trafikkintensitet i et jernbanenett.*

Vi skal nu generalisere de forskjellige formler til det tilfelle da der foreligger ikke en isolert linje men et mer eller mindre komplisert jernbane*nett.* Vi begynner med å gi en rent geometrisk klassifikasjon av stasjonene i et slikt nett efter antallet av linjer som støter sammen i stasjonen.

Først har vi et *singelpunkt.* Det er en stasjon som danner enten begynnelsespunkt eller endepunkt på en linje. Fra en slik stasjon utgår altså linje kun i en retning. I eksemplet i avsnitt 2 var der to slike singelpunkter, nemlig stasjonene nr. 1 og n. I et mer eller mindre komplisert nett kan der forekomme flere singelpunkter. Endestasjonen for enhver linje som stikker ut fra nettet og ender fritt, vil være et singelpunkt. Et singelpunkt er karakterisert ved avstanden til nærmeste stasjon. Hvis stasjon nr. k er et singelpunkt betegner vi denne avstand a_k.

Dernest har vi et *to-punkt* eller som man også kunde kalle det en *to-sidig stasjon.* Det er en ordinær mellemstasjon langs en strekning der tilhører nettet. Fra en slik stasjon går der ut linjer i to retninger, f. eks. nordgående og sydgående linje som i eksemplet i avsnitt 2. Et to-punkt er karakterisert ved avstandene a_k og b_k til nærmeste stasjoner i de to retninger. Mens et singelpunkt bare har en nabostasjon har et to-punkt to nabostasjoner.

Et *tre-punkt,* eller som man også kunde kalle det en tresidig stasjon, er en stasjon hvor der støter sammen tre linjer som antydet i fig. 2.

Fra en slik stasjon får vi å sondre mellem tre foreliggende linjeretninger. Vi betegner disse retninger a, b, c. Og avstandene til nærmeste stasjon i hver av de tre retninger betegner vi a_k, b_k, c_k. Tallet k er nummeret på den tre-punkt-stasjon vi betrakter. Et slikt tre-punkt har tre nabostasjoner, nemlig de stasjoner som ligger i avstandene a_k, b_k og c_k utfra k. Vi forutsetter her ingenting om arten av de tre nabostasjoner til k. Det kan hende at disse allesammen er singelpunkter. Eller a kan være et to-punkt, b et tre-punkt og c et ennu mer komplisert punkt. Det er her likegyldig. Vi interesserer oss her kun for å karakterisere arten av k.

Summen

$$g_k = a_k + b_k + c_k \tag{3, 1}$$

kaller vi *distansetallet omkring* k. Den figur som dannes av de tre linjestykker der forbinder stasjonen k med dens tre nabostasjoner vil vi kalle den til stasjonen k hørende *stasjonsfigur*; k kalles figurens centrum. Se fig. 2.

På samme måte som i avsnitt 2 skal vi også ved et tre-punkt sondre mellem behandlingsgods og transittgods. La os først se på behandlingsgodset. Behandlingsgodset på en tresidig stasjon k deler vi i tre grupper eftersom det angår trafikken langs a, b eller c. Og innenfor hver av disse grupper skiller vi igjen mellem ankomstgods og avgangsgods. De godsmengder av disse kategorier som i en viss tidsenhet, f. eks. et visst år, er ekspedert ved stasjon k betegner vi med de til a, b, c svarende store bokstaver, slik at vi får følgende skjema:

Behandlingsgods ved stasjon k.

Linjeretning	Ankomstgods	Avgangsgods	Ialt
a	A'_k	A''_k	$A_k = A'_k + A''_k$
b	B'_k	B''_k	$B_k = B'_k + B''_k$
c	C'_k	C''_k	$C_k = C'_k + C''_k$

Transittgodset ved stasjon k får vi å dele ikke efter linjeretningene a, b, c men efter de *par* av linjeretninger som kan dannes ved å velge ut to av

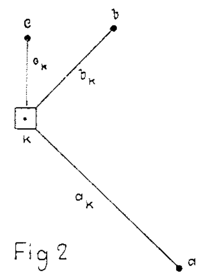

Fig 2

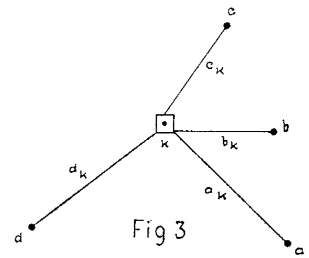

Fig 3

de tre retninger a, b, c. Vi lar (ab) betegne den transittrute over k som består av retningene a og b. Gods i denne rute vil altså enten komme inn langs a og gå ut langs b, eller omvendt. Tilsvarende betydning av (ac) og (bc).

Den samlede godsmengde som i den betraktede tidsenhet har passert k efter disse tre transittruter betegner vi henholdsvis P_k, Q_k, R_k. Hver av disse tre tall betegner den samlede godsmengde som har passert i *begge* retninger innenfor vedkommende rute. Vi får følgende skjema:

Transittgods over stasjon k.

Transittrute	Transittgodsmengden (sammenlagt for begge retninger innenfor ruten)
(ab)	P_k
(ac)	Q_k
(bc)	R_k

På grunnlag av de her definerte størrelser danner vi uttrykket

(3, 2) $$W_k = a_k A_k + b_k B_k + c_k C_k + (a_k + b_k) P_k + (a_k + c_k) Q_k + (b_k + c_k) R_k$$

Størrelsen W_k kaller vi *trafikkmengden omkring tre-punktet k. Dette uttrykk er den samlede trafikkmengde som er prestert av den til k hørende stasjonsfigur.* Dette innsees ved å bemerke at enhver last som overhodet har vært i bevegelse innenfor stasjonsfiguren k må komme til uttrykk i ett og kun ett av de seks ledd i (3, 2). Enten er nemlig lasten en behandlingslast for k og da kommer den til uttrykk i ett og kun ett av de tre første ledd i (3, 2). Eller så er den en transitlast, og da kommer den til uttrykk i ett og kun ett av de tre siste ledd.

Når trafikkmengden omkring k divideres med lengden av den stasjonsfigur som har presteret denne trafikkmengde, fremkommer forholdstallet

(3, 3) $$w_k = \frac{W_k}{g_k}$$

Vi kaller dette forholdstall *trafikkintensiteten omkring k.*

La oss dernest se på en stasjon hvor der støter sammen fire linjer. En slik stasjon kaller vi et *fire-punkt*, eller en firesidig stasjon. Vi får her en stasjonsfigur som antydet i fig. 3. Behandlingsgodset blir her å dele i fire kategorier efter følgende skjema.

Behandlingsgods ved stasjon k.

Linjeretning	Ankomstgods	Avgangsgods	Ialt
a	A'_k	A''_k	$A_k = A'_k + A''_k$
b	B'_k	B''_k	$B_k = B'_k + B''_k$
c	C'_k	C''_k	$C_k = C'_k + C''_k$
d	D'_k	D''_k	$D_k = D'_k + D''_k$

Og transittgodset blir å fordele efter følgende seks kategorier:

Transitgods ved stasjon k.

Transittrute	Transittgods over stasjonen k (sammenlagt for begge retninger innenfor ruten)
(ab)	P_k
(ac)	Q_k
(ad)	R_k
(bc)	S_k
(bd)	T_k
(cd)	U_k

Trafikkmengden over stasjonsfiguren for fire-punkt k blir:

(3, 4) $$W_k = a_k A_k + b_k B_k + c_k C_k + d_k D_k + (a_k + b_k) P_k + (a_k + c_k) Q_k + (a_k + d_k) R_k + (b_k + c_k) S_k + (b_k + d_k) T_k + (c_k + d_k) U_k$$

Distansetallet omkring fire-punktet k blir:

(3, 5) $$g_k = a_k + b_k + c_k + d_k$$

Og trafikkintensiteten omkring k blir forholdet mellem (3, 4) og (3, 5).

Lignende formler gjelder for et *m-punkt*, d. v. s. et punkt hvor m linjer støter sammen. I et slikt punkt vil vi få å dele behandlingsgodset i m kategorier og transittgodset i $\frac{m(m-1)}{2}$ kategorier. Stasjonsfiguren vil her bestå av m streker.

Mellem de ovenfor definerte lokale begreper og jernbanenettet betraktet som helhet eksisterer der en rekke viktige relasjoner. Disse relasjoner lar sig lettest uttrykke ved hjelp av begrepet *linjeelement.* Dette er simpelthen et linjestykke som forbinder to nabostasjoner. Et linjeelement er altså pr. definisjon fritt for mellemstasjoner. Men det har en stasjon i hver ende. *Ethvert linjeelement i nettet tilhører to og kun to forskjellige stasjonsfigurer,* nemlig stasjonsfigurene for vedkommende linjeelements endepunkter. Den nødvendige og tilstrekkelige betingelse for at et linjeelement skal tilhøre en viss stasjonsfigur er nemlig at et av elementets endepunkter dannes av centrumstasjonen i vedkommende figur.

Av denne sats følger at likegyldig hvor komplisert linjenettet er, vil alltid nettets samlede linjelengde være lik halvparten av summen av distansetallene tatt omkring de enkelte stasjoner. Hvis altså jernbanenettets samtlige stasjoner, tatt i en viss vilkårlig rekkefølge nummereres[1] med tallene 1, 2 . . . N, og hvis g er den samlede linjelengde i nettet, så har vi

(3, 6) $$2g = g_1 + g_2 + \ldots + g_N$$

På grunn av satsen om at ethvert linjeelement tilhører nøiaktig to stasjonsfigurer innser vi videre at enhver ladning som føres over et linjeelement i nettet kommer til å bli regnet med i trafikkmengden omkring to og kun to stasjoner. Og herav følger igjen at den totale trafikkmengde i nettet er lik halvparten av summen av trafikkmengdene omkring de enkelte stasjoner. Vi har altså:

(3, 7) $$2W = W_1 + W_2 + \ldots + W_N$$

Denne formel inneholder (2, 5) som et spesialtilfelle.

Den totale trafikkintensitet for hele nettet blir ifølge (3, 6) og (3, 7) lik

(3, 8) $$w = \frac{W}{g} = \frac{W_1 + W_2 + \ldots + W_N}{g_1 + g_2 + \ldots + g_N}$$

hvilket også kan skrives

(3, 9) $$w = \frac{g_1\ w_1 + g_2\ w_2 + \ldots + g_N\ w_N}{g_1 + g_2 + \ldots + g_N}$$

Altså: Hvis vi for hver stasjon i nettet utregner trafikkmengden og trafikkintensiteten efter de i det foregående angivne formler, d. v. s. ved hjelp av (2, 2) for singelpunkter og to-punkter, (3, 2) for tre-punkter, (3, 4) for firepunkter o. s. v., så vil det aritmetiske gjennemsnitt (3, 9) av disse stasjonsintensiteter netop være den totale trafikkintensitet for hele nettet.

Vi har dermed vist at også for et jernbanenett, likegyldig hvor komplisert det er, blir den totale og de lokale trafikkintensiteter bestemt ved formler analoge dem der gjelder for en isolert linje.

4. *Trafikkintensitetene for stasjonsgrupper.*

La oss på en eller annen måte plukke ut et visst antall stasjoner og betrakte dem under ett som en *gruppe.* Det kan hende at vi ønsker å be-

[1] Vi bruker her stor bokstav N for å pointere at det nu ikke bare gjelder de i avsnitt 2 omtalte n stasjoner langs en isolert linje.

trakte flere slike grupper. Vi nummererer gruppene og betegner gruppenumrene (1), (2) . . (M) til adskillelse fra stasjonsnumrene som fremdeles betegnes 1, 2 . . . N. La (h) være en vilkårlig av disse grupper, og la de stasjoner som ingår i denne gruppen være stasjonene nr. $i, j \ldots k$. Tallene

$$W_{(h)} = W_i + W_j + \ldots + W_k \tag{4, 1}$$

$$g_{(h)} = g_i + g_j + \ldots + g_k \tag{4, 2}$$

$$w_{(h)} = \frac{W_{(h)}}{g_{(h)}} = \frac{W_i + W_j + \ldots + W_k}{g_i + g_j + \ldots + g_k} \tag{4, 3}$$

kaller vi henholdsvis trafikkmengden, distansetallet og trafikkintensiteten for gruppen (h).

Hvis stasjonene $i, j \ldots k$ ligger til på en slik måte at stasjonsfigurene for disse stasjoner ikke har noget linjeelement felles, så vil $W_{(h)}$ representere den samlede trafikkmengde som er prestert av den del av linjenettet som

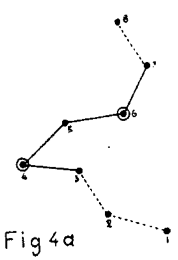

Fig 4a

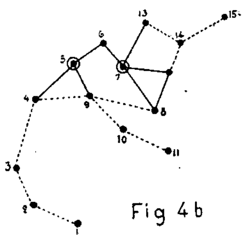

Fig 4b

utgjøres av de betraktede stasjonsfigurer. I fig. 4a f. eks. vil den gruppe som består av stasjonene 4 og 6 ha denne egenskap. Stasjonsfiguren for 4 består nemlig av linjen 3—4—5. Og stasjonsfiguren for 6 består av linjen 5—6—7. Og disse to figurer griper ikke inn i hverandre. $W_4 + W_6$ representerer derfor den trafikkmengde som er prestert av den i fig. 4a helt opstrukne linje, nemlig linjen 3—4—5—6—7. I fig. 4b vil $W_5 + W_7$ representere den trafikkmengde som faktisk er prestert av den helt optrukne figur.

Imidlertid, det er ikke nødvendig, ja ikke engang ønskelig å innskrenke sig til å betrakte grupper hvis stasjonsfigurer ikke griper inn i hverandre. Vi opretholder i ethvert tilfelle definisjonene (4, 1), (4, 2) og (4, 3). Hvis det er dele av stasjonsfigurene som griper inn i hverandre så betyr det bare at ved (4, 1) og (4, 2) blir disse dele veiet dobbelt *både* i trafikkmengden *og* i distansetallet. Trafikkintensiteten definert med (4, 3) vil altså fremdeles ha en fullt plausibel betydning.

Likegyldig hvorvidt stasjonsfigurerne for stasjonerne i en gruppe griper inn i hverandre eller ikke har vi følgende sats: *Trafikkintensiteten for gruppen er det aritmetiske gjennemsnitt av trafikkintensitetene for de enkelte stasjoner i gruppen,* idet hver stasjon blir veiet med sitt distansetall. Vi har altså

$$w_{(h)} = \frac{g_i\, w_i + g_j\, w_j \ldots + g_k\, w_k}{g_i + g_j + \ldots + g_k} \tag{4, 4}$$

Dette følger simpelthen av definisjonsligningene $W_i = g_i\, w_i$, $W_j = g_j\, w_j \ldots$ $W_k = g_k\, w_k$. Innføres nemlig disse i (4, 3) får vi straks (4, 4).

Vi skal nu betrakte det tilfelle da stasjonene i ett jernbanenett er inndelt i grupper på en måte som både er uttømmende og entydig. D. v. s. enhver stasjon i nettet tilhører en og kun en av gruppene. En slik inndeling er det umulig å få istand uten å tillate stasjonsfigurene innenfor en bestemt gruppe å gripe inn i hverandre. Men dette siste spørsmål bekymrer vi oss her ikke om. *Hvis vi har en gruppeinndeling som er uttømmende og entydig, så er trafikkintensiteten for hele nettet lik det aritmetiske gjennemsnitt av gruppenes trafikkintensiteter,* idet hver gruppe blir veiet med sitt distansetall. Hvis der er M grupper (1), (2) . . . (M), så er altså

$$w = \frac{g_{(1)}\, w_{(1)} + g_{(2)}\, w_{(2)} + \ldots + g_{(M)}\, w_{(M)}}{g_{(1)} + g_{(2)} + \ldots + g_{(M)}} \tag{4, 5}$$

Dette følger derav at hvis gruppeinndelingen er både uttømmende og entydig, så har vi åpenbart

$$\begin{aligned} 2W &= W_{(1)} + W_{(2)} + \ldots + W_{(M)} \\ 2g &= g_{(1)} + g_{(2)} + \ldots + g_{(M)} \end{aligned} \tag{4, 6}$$

Hvis gruppeinndelingen er uttømmende og entydig og hvis vi uttrykker hvert av tallene $W_{(h)}$ i høire side av (4, 6) ved hjelp av (4, 1) reduserer nemlig denne høire side sig til $W_1 + W_2 + \ldots + W_N$. Og tilsvarende for den nederste av ligningene (4,6).

La oss dernæst anta at vi plukker ut et visst antall stasjonsgrupper og betrakter dem underett som en *overgruppe.* Det kan hende at vi ønsker å betrakte flere slike overgrupper. Til adskillelse fra stasjonsnumrene 1, 2 . . . og gruppenumrene (1), (2) . . . betegner vi overgruppenes numre [1], [2] . . .

Hvis overgruppen [h] består av gruppene (i), (j) . . . (k), så definerer vi trafikkmengden, distansetallet og trafikkintensiteten for overgruppen ved formlene

$$\begin{aligned} W_{[h]} &= W_{(i)} + W_{(j)} + \ldots + W_{(k)} \\ g_{[h]} &= g_{(i)} + g_{(j)} + \ldots + g_{(k)} \\ w_{[h]} &= \frac{W_{[h]}}{g_{[h]}} = \frac{W_{(i)} + W_{(j)} + \ldots + W_{(k)}}{g_{(i)} + g_{(j)} + \ldots + g_{(k)}} \end{aligned} \tag{4, 7}$$

Analogt (4, 4) har vi nu den sats at overgruppens trafikkintensitet er det aritmetiske gjennemsnitt av gruppenes intensiteter, d. v. s.

$$w_{[h]} = \frac{g_{(i)}\, w_{(i)} + g_{(j)}\, w_{(j)} + \ldots + g_{(k)}\, w_{(k)}}{g_{(i)} + g_{(j)} + \ldots + g_{(k)}} \tag{4, 8}$$

La os spesielt betrakte det tillfelle da både gruppeinndelingen og overgruppeinndelingen er uttømmende og entydig, d. v. s. enhver stasjon tilhører en og kun en gruppe, og enhver gruppe tilhører en og kun en overgruppe. Vi har altså f. eks. et skjema som antydet for de 17 stasjoner i fig. 5.

I dette tilfelle vil enhver gruppeintensitet være gjennemsnittet av stasjonsintensitetene innenfor gruppen, enhver overgruppeintensitet vil være gjennemsnittet av gruppeintensitetene innenfor overgruppen og endelig vil *den totale trafikkintensitet for hele nettet være gjennemsnittet av overgruppeinten-*

sitetene. Dette følger av et lignende resonnement som det der blev anvendt for å bevise (4, 6).

På samme måte vil det være mulig å betrakte grupper av ennu høiere order, d. v. s. grupper av overgrupper. Betegner vi numrene av disse overovergrupper {1}, {2} o. s. v., så ledes vi til formler helt analoge (4, 7) kun med den forskjell at ( ) er erstattet av [ ], og [ ] er erstattet av { }. Hvis gruppeinndelingen på et hvert trin er både uttømmende og entydig vil vi fremdeles ha den sats at ikke bare er trafikkintensiteten for en höiere gruppe alltid lik gjennemsnittet av intensitetene for de lavere grupper hvorav den høiere gruppe består, men den totale intensitet for hele nettet vil være gjennemsnittet av intensitetene i de høieste grupper. Dette resonnement kan åbenbart gjennemføres for det tilfelle da vi har et vilkårlig antall trin i den hierarchiske gruppeinndeling.

En oversiktlig fremstilling av stasjonenenes hierarchiske inndeling kan gis på følgende måte: På et kart over jernbanenettet opreiser man små ståltråder i hvert stasjonspunkt. For hver stasjonsgruppe bøies de frie ender av ståltrådene sammen slik at hver gruppe blir representert ved en ståltrådbundt. Disse bundter forbindes så igjen ved ståltråder til overgrupper o. s. v. Man får derved en fremstilling som ligner fig. 5, men hvor dessuten stasjonenes geografiske beliggenhet er representert.

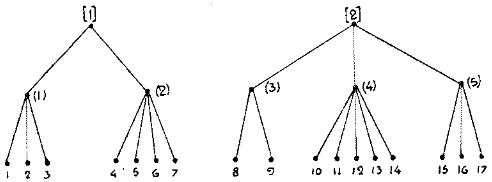

Fig 5

Ved den i det foregående fremstillede metode opnår man en fullstendig generell *lokalisering* av begrepet trafikkintensitet. Man har en mulighet for å kombinere stasjoner, linjestrekninger eller større dele av nettet på den måte som i ethvert tilfelle måtte finnes ønskelig. Og de hertil nødvendige beregninger kan utføres rent mekanisk alene ut fra data angående *godstrafikken på de enkelte stasjoner.*

5. *Den konkrete betydning av stasjonenes og stasjonsgruppenes intensitetstall.*

Hvorledes vil stasjonenes intensitetstall reagere overfor en slik forandring som den der blev nevnt i innledningen: åpningen av en ny bane i tilknytning til det allerede eksisterende nett? Virkningene herav er av to slags. For det første vil åpningen av den nye bane reelt sett påvirke trafikkintensiteten over visse av de eldre deler av nettet. Den nye banen vil kanskje stimulere trafikken over nogen av de eldre deler og ta vekk trafikk fra andre deler. Disse virkninger er imidlertid reelle fenomener som bør komme til uttrykk i de benyttede intensitetstall. For det annet vil det totale intensitetstall for hele nettet, såsannt den nye bane går gjennem en tynt befolket landsdel, bli utsatt for det i innledningen nevnte diskontinuerlige fall. På en viss måte er nokk også dette et reelt fenomen: I det *nye* nett er gjennemsnittsintensiteten virkelig meget mindre enn den var i det gamle nett. Formel (3, 9) viser at det er alle de nytilkomne stasjoner med liten trafikkintensitet som trekker gjennemsnittet ned. Men det er ikke *dette* fenomen man tar sikte på å beskrive når man studerer de cykliske eller sekulære variasjoner i trafikkintensiteten. Derfor synes det å være en plausibel løsning å adoptere en definisjon av intensitetstallene som *blir* influert av de førstnevnte virkninger, men ikke av de sistnevnte. Og et slikt sett av intensitetstall er netop de stasjonsintensiteter og gruppeintensiteter som er definert i avsnittene 2—4.

Et par eksempler vil illustrere hvorledes de foran definerte trafikkintensiteter vil reagere overfor visse typer av forandringer i trafikken. La oss først tenke oss at nettet er uforandret og at der foregår en sterk økning i den innleverte godsmengde i en central del av nettet uten at lastenes gjennemsnittlige transportlengde forandres nevneverdig. Det gjennemsnittlige intensitetstall for landet vil øke endel, men på langt nær så sterkt at det gir et korrekt uttrykk for styrken av den virkelig stedfunne økning i de centrale dele. Denne vil uttrykkes ved økningen av intensiteten for de enkelte stasjoner og mindre stasjonsgrupper i den centrale del. La oss anta at ladningene har en viss typisk fordeling efter transportlengde. Da vil den ovenfor betraktede intensitetsøkning, eftersom vi beveger oss fra de centrale mot de perifere dele av jernbanenettet, avta på en måte som er karakterisert av lastenes transportlengdefordeling.

Ser vi derimot på det tillfelle da den innleverte godsmengde er omtrent uforandret men centrumslastenes transportlengde øker, så vil trafikkintensiteten i den centrale del bli nogenlunde uforandret, men den vil stige utover. Stigningen vil være størst i et visst område som ligger mellem den centrale del og periferien av nettet.

Disse skjematiske eksempler vil være nokk til å antyde den mangeartede anvendelse som må kunne gjøres av de lokale trafikkintensiteter definert i avsnittene 2—4.

Hvis man ønsker å eliminere også den annen av de i begynnelsen av dette avsnitt nevnte virkninger, kan man gjennemføre beregningen av trafikkintensiteten ved enhver gitt stasjon k *særskilt* for ladninger bestemt for eller kommende fra hver enkelt av de andre stasjoner. Eller ialfall gjennemføre beregningen særskilt for visse grupper av andre stasjoner. Det kan selvfølgelig også bli tale om å utføre beregningen særskilt for forskjellige godskategorier. En slik opdeling efter bestemmelsessted eller avgangssted eller godskategori kan f. eks. være ønskelig når det gjelder å eliminere virkningen av en spesiell trafikskaper som en grube beliggende i en tynt befolket landsdel eller lign.

6. *Den statistiske teknikk ved bestemmelsen av stasjonernes intensitetstall.*

For å beregne stasjonernes trafikkintensiteter trenger man å kjenne tallene A, B . . . . . . P, Q . . . o. s. v. for de forskjellige stasjoner. Det statistiske hjelpemiddel hertil er først og fremst *den primære godsforbindelses-tabell,* d. v. s. den tabell som angir den godsmengde der i løpet av en viss tidsenhet, f. eks. et år, er sendt fra hver enkelt stasjon til hver av de øvrige stasjoner. Primærtabellen blir altså en todimensjonal tabell av følgende utseende.

Primær gods-forbindelsestabell (»Primærtabellen»)

Avsendt fra stasjon nr.	Til stasjon nr.			
	1	2	....	N
1				
2				
N				

Av denne tabell kan de fleste av de nødvendige data for behandlingsgodset avleses direkte. La oss f. eks. betrakte en stasjon k som er en tresidig stasjon. Ankomstgodset ved k blir å dele i tre kategorier A'_k, B'_k, C'_k efter den rute langs hvilken de kom inn til k. I de fleste tilfelle vil denne rute være bestemt ved avsendelsesstasjonen. Hvis det er tilfelle har man kun å fordele tallene i den k.te kolonne i primærtabellen mellem de tre kategorier A'_k, B'_k, C'_k. Hvis det er en mulighet for at godset f. eks. på stasjonen j kan dirigeres inn til k enten langs den ene eller den annen av de tre linjer a, b eller c, så må det j.te ledd i den k.te kolonne i primærtabellen fordeles over de tre kategorier A'_k, B'_k, C'_k ved at man går tilbake til selve godsbøkene. På lignende måte blir de tre tall A''_k, B''_k, C''_k bestemt ut fra tallene i den k.te linje i primærtabellen.

Tallene for transittgodset blir å bestemme på følgende måte. På en tresidig stasjon k er det tre transittruter å betrakte, nemlig (ab), (ac), (bc). Hvis den rute over hvilken en ladning dirigeres er praktisk talt entydig bestemt ved driftsmessig reglement såsant bare avgangs- og ankomststasjonen er gitt, så er saken enkel. I det tilfelle blir den transitt-godsmengde P_k som har passert k over (ab) simpelthen summen av tallene i visse celler i primærtabellen, idet beliggenheten av disse celler blir bestemt ved den sedvanemessige driftsteknikk. Tilsvarende for (ac) og (bc). Hvis den måte på hvilken godset dirigeres varierer i nevneverdig grad, kan man konstruere en serskilt *transitt-tabell*, for de celler i primærtabellen hvor det måtte finnes nødvendig. En transitt-tabell er en tabell i hvis hode de forskjellige stasjoner og transitt-ruter står anbragt, altså f. eks slik.

La oss betrakte en viss celle i primærtabellen, f. eks. den celle (jk) hvor primærtabellens j.te linje og k.te kolonne møtes. Hvis denne celle er slik at den hertil svarende avgangs- og ankomststasjon j, k ikke bestemmer transportruten entydig, så inncirkles vedkommende rute i primærtabellen. Og de enkelte ladninger som utgjør godsmengden i vedkommende celle fordeles fra godsbøkene direkte i transitt-tabellen, idet hver last opføres med sitt beløp under *hver* av de stasjoner som lasten har passert. Ved beregningen

av de nødvendige transitt-størrelser P, Q, R, o. s. v. for de enkelte stasjoner brukes altså primærtabellen sålangt det går. Og for de specielle celler i primærtabellen som er inncirklet hentes tallet fra vedkommende kolonnesum i transitt-tabellen.

Transitt-tabell for primærtabellens celle (jk).

Stasjon nr.					
1	2			3	
	(ab)	(ac)	(bc)		

I det tilfelle da man bare har å gjøre med en isolert linje er saken særlig enkel. Da blir nemlig transitt-mengden over stasjonen k simpelthen lik summen av tallene i de to i fig. 6 skraverte rektangler i primærtabellen.

Primærtabell

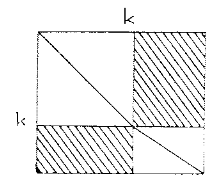

Fig 6

7. *Approksimativ beregning av trafikkintensitetene for stasjonsgrupper.*

Når trafikkintensiteten skal studeres cyklisk og sekulært synes den mest plausible fremgangsmåte å være den at man ved formlene i avsnittene 2—4 beregner intensitetstallene for visse centrale deler av systemet og studerer disse intensiteter som funksjoner av tiden. Dette er noget som kan gjøres *uten at samtlige stasjoner i systemet trekkes inn.* Fordelen ved den her angitte metode er netop at man har en stor frihet m. h. t. hvor omfattende og detaljert man vil legge undersøkelsen an. Hvis liten arbeidshjelp er til disposisjon kan man endogså nøie sig med å beregne intensitetene for visse representative enkeltstasjoner.

Imidlertid sier det sig selv at for å få et solid grunnlag for sammenligninger er det ønskelig at der ialfall til å begynne med blir foretatt en nogenlunde detaljert beregning for de forskjellige lokalområder. Hvis derved en sterk korrelasjon kan påvises mellem intensitetstallene for stasjonene innenfor en viss gruppe, kan så senere beregningen innskrenkes til en typisk representant for gruppen.

Man kan også gå frem på følgende måte: Man observerer eller anslår hvor stor prosentdel av ankomstgodset til en stasjon k som *vanligvis* kommer frå de forskjellige stasjoner i nærheten av k og tilsvarende for avgangs-godset og transitt-godset. Ved hjelp av disse prosentdele kan så utregnes tilnærmelsesvis hvilket forhold det er mellem trafikkintensiteten i k og trafikkintensiteten i en viss større gruppe hvortil k hører, slik at en beregning av intensiteten for k vil være nok til å bestemme tilnærmelsesvis intensiteten for hele gruppen.

CENTRALTRYCKERIET, STOCKHOLM 1938