

RAGNAR FRISCH

**Formulazione di un piano
di sviluppo nazionale
come problema
di programmazione convessa**

(Il caso del piano indiano)



Editrice L'industria Milano

Formulazione di un piano di sviluppo nazionale come problema di programmazione convessa (*)

(Il caso del piano indiano)

Ragnar Frisch

Da alcuni anni il prof. Frisch si dedica, presso l'Istituto di economia dell'Università di Oslo, allo studio della « programmazione lineare ».

Un primo rapporto sui risultati raggiunti è stato presentato dal Professore alla Conferenza sull'analisi delle interdipendenze strutturali di Varenna tenutasi nel giugno-luglio 1954; successivamente egli ha elaborato vari studi, sia presso l'Università di Oslo che presso l'Istituto Indiano di Statistica di Calcutta, dove ha diretto, dalla fine del 1954 alla primavera del 1955, un gruppo di lavori per ricerche sull'argomento.

Lo scopo di questi suoi studi è stato soprattutto quello di creare nuovi metodi di risoluzione, meno laboriosi e con un più vasto campo di applicabilità rispetto al metodo classico detto « del semplice ».

Il prof. Frisch è convinto che la « programmazione lineare » possa conquistare grandi meriti nei problemi di pianificazione economica; e ritiene che essa sarà usata per risolvere i problemi di politica economica. Egli ebbe pertanto a proporre un nuovo metodo d'indagine, denominato « metodo logaritmico potenziale ».

(*) Questo articolo è l'ultimo capitolo del saggio:

R. FRISCH - *The Logarithmic potential method of convex programming, with particular application to the dynamics of planning for national development.* Synopsis of a communication to be presented at the international colloquium of econometrics in Paris, 23-28 maggio 1955.

Altri scritti del prof. Frisch sullo stesso argomento sono:

Principles of linear programming, with particular reference to the double gradient form of the logarithmic potential method; 18 ottobre 1954;

A labour saving method of performing freedom truncations in linear programming, Part I, 29 marzo 1955;

The multiplex method for linear programming, 17 ottobre 1955;

The logarithmic potential method for linear programming formulated with a view to electronic computation, 3 gennaio 1956.

Tutte queste edizioni sono ciclostilate e si possono ottenere dall'Istituto di economia dell'Università di Oslo, che ringraziamo vivamente per l'invio dei testi.

Le note son dovute alla dott. Thea Gelsomini, che ha tradotto il testo.

Nel campo macroeconomico, egli però sostiene che non si debba affrontare l'intero problema ex novo per mezzo della «programmazione lineare», ma servirsi di questo metodo in via di aiuto alla tecnica delle interdipendenze strutturali. Ed una esemplificazione di questi studi è proposta dal prof. Frisch stesso per l'economia indiana.

Col consenso dell'illustre Autore, riproduciamo pertanto in appresso l'ultimo capitolo di un suo recente scritto in cui, rifacendosi alle esperienze di Calcutta, egli espone come si possa formulare un piano di sviluppo nazionale come problema di programmazione lineare.

1) — La pianificazione economica deve basarsi sulla divisione di lavoro fra i politici responsabili e i teorici. In poche parole, e quindi necessariamente senza molta precisione, si può dire che il politico deve occuparsi dei valori umani e sociali, mentre il teorico determina obiettivamente qual'è la situazione fattuale, quali sono le variazioni cui tende e quali conseguenze *potrebbe avere* l'attuazione di determinate misure. In questo lavoro il teorico deve semplicemente prendere come dati i fini della pianificazione e gli apprezzamenti sui valori sociali in essi impliciti.

Osservando un po' più da vicino questa distinzione, vediamo — come sempre capita in questioni del genere — che ci possono essere casi marginali difficili a decidersi. Alla fine dovremo forse accettare soltanto questa formulazione: i fini e gli apprezzamenti sui valori sociali sono quanto i teorici *non desiderano sottoporre ad analisi*. Questa parte del problema è infatti troppo difficile o troppo vaga per poter essere sottoposta a metodo scientifico esatto. Pertanto la distinzione è, fino a un certo punto, relativa e può variare se variano gli scopi dell'analisi o se si scoprono nuovi metodi di analisi o nuovi dati di fatto. Agli effetti pratici la distinzione tra i compiti dei politici e quelli dei teorici è comunque sufficientemente chiara.

Il sistema d'analisi relativo a un lavoro di pianificazione segue in realtà molto da vicino il senso comune. Non è altro che buon senso elevato a sistema. Se non sembra tale a molti che si considerano degli «uomini pratici», è soltanto perchè il teorico, per risparmiare tempo e fatica, deve usare una terminologia che non appartiene al linguaggio di tutti i giorni ed un apparato analitico di una certa mole.

Il buon senso dice che se si vuole dirigere l'evoluzione di un paese, bisogna prima considerare qual'è la situazione concreta, poi decidere quale si vuole che divenga e infine cercare di vedere quali possibilità esistono di portare la situazione da quella che è a quella che si vuole divenga. Queste sono le principali linee del modello teorico.

Nei paesi sottosviluppati — e tutti sono tali in un senso o nell'altro — è particolarmente importante il concetto di *tempo*. Quali intervalli di tempo si devono considerare nel fare piani economici nazionali? Recentemente, in India, ebbi occasione di occuparmi della metodologia della pianificazione economica e ricordo bene come il Primo Ministro Signor Nehru, in uno dei nostri colloqui, sottolineasse l'enorme differenza tra l'aspetto del problema negli Stati Uniti d'America e in India. Negli Stati Uniti il problema era l'introduzione nell'uso generale (per es. nella costruzione dei frigoriferi) dei più raffinati ritrovati tecnici. Nel caso dell'India invece, i problemi urgenti erano l'eliminazione della *fame* e la creazione di una riserva di cereali e di altri beni fondamentali per l'alimentazione, per evitare di *essere costretti* a importare i cereali a qualunque costo. Ricordando la situazione dell'India di qualche anno fa, la distinzione tra i due problemi appare ovvia e molto realistica: il fatto che in India si possa ora tranquillamente trascurare il problema di impiegare gli ultimi ritrovati tecnici per i frigoriferi dipende tuttavia soltanto dall'*orizzonte di tempo* che si è scelto. Quando i politici responsabili in India considerano — e giustamente — il problema come lo considerano, è perchè essi ragionano nei limiti di un intervallo di tempo sufficiente per risolvere sicuramente il problema dell'alimentazione ma non quello dell'impiego di perfezionamenti nei frigoriferi destinati alla generalità della popolazione indiana. Anche il problema del frigorifero si *presenterà* in India, ma soltanto in un futuro così lontano che non è ora il caso di preoccuparsene.

Quanto peso si debba attribuire al primo problema, il più bruciante, e quanto al secondo, quello a lunga distanza, è questione di intuito. Per farsi un'idea in merito, il politico responsabile deve, per così dire, aver già *indovinato* i risultati dell'analisi immaginaria di un enorme problema, esteso a tutte le possibili particolarità presenti e future. E' questo un caso nel quale si prescinde dalla distinzione tra il politico che bada ai valori sociali e il teorico che lavora obiettivamente: il politico deve qui lo voglia o no, fare entrambe le cose. Questo vale però solo all'inizio dell'analisi; nel susseguente studio del complesso dei problemi circoscritti dall'«orizzonte d'immaginazione del politico» si può **applicare pienamente e con grandissimo vantaggio il principio della divisione del lavoro fra il politico e il teorico.**

2) — Quale è il compito del teorico nei problemi relativi alla pianificazione economica? Prima di tutto egli deve scoprire ciò su cui esistono informazioni fattuali. Assai importante, a questo proposito, quanto va sotto il titolo di analisi delle interdipendenze strutturali o, più

generalmente, di analisi dei flussi per il sistema economico concreto cui ci si riferisce, vale a dire, in altre parole, la determinazione dei coefficienti tecnici che caratterizzano il processo produttivo. Si devono conoscere non solo i coefficienti tecnici relativi alla produzione *corrente*, cioè i coefficienti delle tradizionali tavole input-output, ma anche i coefficienti relativi ad una tavola riguardante l'attività di investimento. Bisogna esaminare attentamente in che misura l'attrezzatura di beni strumentali, relativa a ciascuna industria, richieda l'uso di mezzi di produzione provenienti da altri settori dell'economia interna e la necessità di maggiori importazioni. Inoltre, si deve considerare il *tempo medio* (lag) che, con ogni probabilità, intercorrerà tra l'immissione dei beni di investimento e il momento in cui il nuovo capitale comincerà a produrre. Per es. nel caso di una acciaieria, questo « tempo di maturazione » (maturing lag) può essere di parecchi anni, forse 3 o 4. Nel caso di macchinario tessile il ritardo è molto più breve, forse 1 anno e mezzo. Nella produzione di macchinario leggero (per es. telai a mano, in India) il « tempo di maturazione » è brevissimo, forse 3 o 4 mesi. E' poi necessario conoscere le *percentuali di deprezzamento* per il capitale reale nei diversi settori. Infine (ultima ma non trascurabile considerazione) è necessario conoscere i fattori che influiscono sul tasso di *accrescimento della popolazione*.

Occorrono non solo questi dati relativi alla situazione concreta esistente, ma anche informazioni su quelli che si potrebbero chiamare i coefficienti *potenziali* della produzione. Si devono cioè considerare le possibilità di cambiamenti nei processi produttivi; per es. un nuovo metodo di produrre il cemento o la possibilità che quello che oggi è bisogno di acciaio possa domani esser soddisfatto con alluminio, magari da una qualità perfezionata di duralluminio. Possono poi sorgere nuovi processi di produzione razionalizzati che risparmino mano d'opera, ecc. Tutte queste possibilità e il grado di probabilità che esse si avverino devono essere descritte, almeno nelle grandi linee. L'intera analisi, insomma, deve procedere considerando simultaneamente i settori di produzione realmente attivi, nonchè quelli potenziali.

3) — Una volta che si abbiano questi dati di fatto, è compito dei politici definire ciò che essi — entro il loro orizzonte di immaginazione — pensano debbano essere gli obiettivi. Obiettivi relativi *non* ai mezzi di produzione, ma ai consumi *finali* e ad altri *indicatori diretti del benessere sociale*. Gli obiettivi relativi ai mezzi di produzione sono di pertinenza degli economisti, degli statistici e, in generale, degli analisti.

Facciamo un esempio concreto. Si voglia fissare come obiettivo di una acciaieria in India una capacità produttiva di 4 o 6 o 8 milioni di tonnellate l'anno. Non sarebbe ragionevole che fossero i politici a fissare tale potenzialità e lasciassero agli statistici e ai tecnici soltanto il compito di determinare le conseguenze di questa capacità produttiva di acciaio sugli altri settori dell'economia. Infatti, la capacità produttiva ottimale dell'acciaieria dipende da centinaia di elementi della situazione concreta e dai fini relativi ai consumi, alla piena occupazione, ecc.; le interrelazioni sono tali che la capacità produttiva *ottimale* dell'acciaieria può essere decisa ragionevolmente soltanto per mezzo della tecnica di scelta ottimale fra diverse alternative, cioè di una disciplina di cui sono responsabili prima di tutto i teorici. I politici sono invece responsabili ai fini ultimi, quali il livello dei consumi e gli altri indicatori diretti del benessere sociale.

Questi obiettivi possono essere fissati in diversi modi.

Per alcuni gruppi di beni, nel ventaglio dei consumi, l'obiettivo può essere un *limite inferiore*. Si può, ad esempio, dire: desideriamo che la produzione agricola sia come minimo di questa entità. Oppure si può stabilire un limite per certi particolari prodotti agricoli, per es. riso, frumento e altri cereali fondamentali dei quali parlava il Signor Nehru. Similmente si può fissare un limite inferiore per la produzione di medicinali. Questa produzione è di notevole importanza economica e medica in India, date le condizioni sanitarie esistenti. Può anche darsi che si voglia stabilire un limite inferiore per la produzione tessile. Più generalmente si possono fissare tali limiti in forma di parecchie espressioni lineari nelle variabili del problema, imponendo la condizione che ciascuna di queste espressioni debba essere non inferiore a un certo valore. Così si possono formulare un buon numero di problemi, per esempio per quanto riguarda l'onerosità di determinate importazioni o quella della forza del lavoro su particolari rami di industria.

In via generale, è però opportuno introdurre la formulazione degli obiettivi in forma di limiti inferiori per un numero di beni, o di forme lineari, non superiore a quello assolutamente necessario, né fissare tali limiti inferiori ad un livello più alto dello stretto necessario. Altrimenti si corre il rischio che l'analisi susseguente dia come risultato che non esiste alcuna soluzione del problema, così come è formulato. Ed allora bisogna ricominciare con una nuova formulazione degli obiettivi.

Un modo più elastico per formulare gli obiettivi consiste nel fissare certi *coefficienti di apprezzamento* per i consumi dei vari beni. Non è

necessario che siano prezzi monetari ma possono essere coefficienti di ponderazione di qualunque tipo. Si fissa una funzione preferenziale — per semplicità lineare — e si cerca una soluzione che, rispettando certi limiti, la massimizzi.

Per certi gruppi di beni di consumo estremamente importanti si può scegliere una via di mezzo. Si fissa un limite inferiore relativamente basso per il consumo — un limite così basso da rappresentare un minimo estremo — e simultaneamente si permette che questo bene o gruppi di beni entri nella funzione preferenziale con un *altissimo* coefficiente di apprezzamento.

In molti casi con una formulazione ragionevole si può arrivare ad un problema di politica economica del tipo caratteristico considerato dalla teoria della programmazione lineare (1) o — più generalmente — convessa (2).

4) — Un esempio convincente per mostrare la necessità di affrontare da un punto di vista dinamico il problema della programmazione applicata alla pianificazione economica nazionale è dato dal caso dell'India che tenta di avviarsi all'industrializzazione per migliorare il livello di vita. La popolazione dell'India aumenta ogni anno di un numero di abitanti superiore alla totale popolazione della Norvegia. Non occorre molta immaginazione per comprendere l'enorme importanza del problema dell'occupazione e di molti altri problemi, in un paese in cui la popolazione aumenta con tale velocità. E' stato calcolato infatti che, in India, per vincere in una decina d'anni l'attuale estesa disoccupazione e per assorbire contemporaneamente le nuove leve di lavoro provenienti dall'aumento di popolazione, bisognerebbe creare qualcosa come 2 milioni di posti di lavoro l'anno.

Ci sono diversi modi di introdurre l'aspetto dinamico del problema, nel meccanismo della programmazione analitica. Uno di questi consiste nel tener conto del fatto che, eseguendo certi investimenti in alcuni settori nel primo anno, è possibile cambiare le disponibilità di capitale degli anni seguenti; e così, con certi investimenti nel secondo anno, si possono ancora cambiare le disponibilità di capitale negli anni succes-

(1) Vedasi a questo proposito: A. PREDETTI - *Sull'apporto di R. Frisch alla soluzione di problemi economici di programmazione lineare; il metodo del semplice a variabili base*, « L'industria », n. 4, 1952.

(2) E' la condizione posta dal Frisch, per cui l'insieme dei valori delle variabili basi che soddisfano i vincoli imposti dal problema, deve essere un insieme convesso.

sivi. Questo concatenamento di eventi, nel tempo, può essere espresso, per esempio, rappresentando ogni grandezza con parecchie variabili; una variabile per ciascun anno (o una per ogni trimestre o per ogni mese). Questo è, a mio parere, un modo più promettente di affrontare il problema dinamico, che con l'uso di curve temporali continue, descritte da equazioni differenziali e simili. Comunque sia, il problema, considerato da un punto di vista completamente dinamico, richiede un pesantissimo lavoro di analisi e di calcoli, lavoro che è enormemente maggiore di quello che si avrebbe considerando il problema per un solo anno con certe disponibilità di capitali.

C'è poi, in questo caso, un altro modo di affrontare la questione: e penso ch'esso abbia buona probabilità d'essere applicabile con soddisfacenti risultati. Esso distingue innanzitutto due problemi: quello che si può denominare il *problema asintotico* e quello che si può definire il *problema dell'anno prossimo*.

5) — Nel problema asintotico, si considera la situazione che esisterebbe se fossero soddisfatti certi criteri ben definiti di *sviluppo equilibrato* e se in tale stato di aumento equilibrato, fossero soddisfatti gli obiettivi formulati dai politici. Questi obiettivi, come ho già detto, sono formulati, pensando in termini di una certa lunghezza di tempo, un certo « orizzonte di immaginazione ». Ma, una volta fissato tale orizzonte, possiamo prescindere dalla sua durata e pensare soltanto agli obiettivi che questo orizzonte racchiude. In altre parole si procede ora ad una analisi in cui entrano certi obiettivi, ma *nella quale si prescinde dal tempo necessario per raggiungerli*.

Il principale criterio che caratterizza uno sviluppo equilibrato è, ovviamente, che non ci sia né disoccupazione, né eccedenza di mano d'opera in nessun settore. Ed altrettanto succeda per i beni di capitale fisso. Tutti i capitali dovrebbero essere completamente utilizzati, ma non costituire una strozzatura che limiti ulteriori sviluppi. Questi due requisiti: utilizzazione ovunque completa delle forze del lavoro e utilizzazione ovunque completa della consistenza del capitale reale sembrano definire, il meglio possibile, lo sviluppo equilibrato. Simili requisiti, inoltre, possono imporsi anche per la bilancia commerciale. Si potrebbe richiedere così di utilizzare completamente le possibilità di prestiti esteri per lo sviluppo nazionale, senza che la bilancia dei pagamenti sopporti ulteriori pressioni.

Quando si richiede che lo stato asintotico debba essere equilibrato in questo senso, è chiaro che gli *investimenti* in un certo settore, per

un dato anno, devono avere una entità ben definita. Questi investimenti devono essere completamente sufficienti per assicurare che, con il tempo di maturazione proprio del settore e col tasso di deprezzamento del settore stesso, la totale disponibilità di capitale, al momento in cui l'investimento interviene nel processo produttivo, corrisponda esattamente alla totale produzione e alla totale mano d'opera, che interessa il settore in quel momento. Per esempio: è evidente che, quanto maggiori sono: il tasso di accrescimento della popolazione e il tempo di maturazione, tanto maggiore dovrà essere la percentuale del reddito nazionale annuo da devolversi agli investimenti.

6) — A primo sguardo, sembra che la relazione tra queste diverse grandezze sia troppo complicata per prestarsi all'analisi. Ma un ulteriore esame rivela che è possibile costruire, senza eccessive complicazioni, una teoria di queste relazioni; ed elaborare le stesse in modo da renderle passibili di una vera analisi e di sottostare alla tecnica della programmazione lineare

Ne risulta che, anzichè un problema dinamico in forma di curve temporali descriventi l'evoluzione dello stato di equilibrio, si può avere un corrispondente problema relativo a certe *ampiezze costanti* delle componenti nelle curve temporali che descrivono l'evoluzione asintotica. Sebbene queste ampiezze siano costanti nel tempo, esse possono, naturalmente, assumere valori diversi: ed è proprio nella scelta di questi differenti valori che la programmazione lineare ci può aiutare. Il problema è così ridotto ad una forma statica ordinaria di programmazione lineare — e più generalmente — di programmazione convessa.

Nel problema asintotico, sembrerebbe ragionevolmente approssimata l'ipotesi che tutte le curve temporali nello stato asintotico siano della forma:

$$Z^t = Z_1 e^{c_1 t} + Z_2 e^{c_2 t} + \dots + Z_m e^{c_m t} \quad [1]$$

dove $Z_1, Z_2 \dots Z_m$ sono m costanti caratteristiche della produzione e del livello di consumo Z^t (che è funzione del tempo) e $c_1, c_2 \dots c_m$ sono m costanti caratteristiche dell'espansione dell'economia, *considerata come un tutto unico*: cioè indipendenti dalla particolare produzione o livello di consumo in considerazione.

L'ipotesi più semplice è che lo sviluppo sia esponenziale, cioè che la [1] abbia a secondo membro un solo termine. Con ciò, la sola particolarità che può distinguere una variabile dall'altra è il valore Z_1 che caratterizza tale variabile. Questi valori sono pertanto oggetto del-

l'analisi della programmazione lineare. Il carattere lineare dell'analisi non cambierebbe però anche se fossero presenti parecchi termini.

Qui di seguito accennerò brevemente ad una analisi di questo tipo.

Fu considerato un problema asintotico con 26 gradi di libertà. Come variabili fondamentali si scelsero le produzioni complessive $X_1 \dots X_{22}$ in 22 settori di produzione, gli investimenti complessivi delle unità di consumo J_{23} , gli investimenti complessivi della Pubblica Amministrazione J_{24} , X_{25} i consumi complessivi, in merci e servizi, della Pubblica Amministrazione fra quelli correnti e X_{26} le esportazioni totali.

In funzione di queste variabili base il consumo dei beni C_k provenienti dai vari settori si poté esprimere così:

$$C_k = \sum_{h=1,2,\dots,22} \bar{M}_{kh} X_h - B_{k,23} J_{23} - B_{k,24} J_{24} - A_{k,25} X_{25} - A_{k,26} X_{26} \quad [2]$$

$(k = 1, 2 \dots 22)$

dove i coefficienti costanti erano dati da:

$$\bar{M}_{kh} = (e_{kh} - A_{kh}) - B_{kh} e^{cs_h} (e^c b_h - [b_h - d_h]) \quad [3]$$

$\left(\begin{array}{l} k = 1, 2 \dots 22 \\ h = 1, 2 \dots 22 \end{array} \right)$

I singoli coefficienti hanno il seguente significato:

- A_{kh} sono i soliti coefficienti tecnici relativi alla attività corrente quale ritratta dalla normale matrice input-output;
- B_{kh} è la percentuale di investimento totale in attrezzature riferite al settore h e proveniente dal settore k ;
- c è il tasso di aumento della popolazione;
- s_h è il « tempo di maturazione » nel settore h ;
- b_h è il coefficiente di capitale nel settore h , cioè il rapporto tra gli impianti complessivi in questo settore, e la totale produzione del settore stesso;
- d_h è il tasso di deprezzamento nel settore h , cioè il rapporto tra il totale deprezzamento in questo settore e la totale produzione nello stesso.

I consumi totali di beni C_k del settore k erano dati dalla [2]; si poterono così determinare tutti gli altri parametri del modello.

Quanto sopra dava soltanto le *relazioni strutturali* nel sistema. Si dovevano poi considerare i limiti imposti alle variazioni. Come limiti

si impose che i consumi *per capita* di beni agricoli e di capi di bestiame non scendessero sotto quelli del periodo base 1950-51. Tale ipotesi fu avanzata anche per la produzione tessile su larga e piccola scala e per i servizi delle proprietà immobiliari. Infine fu imposto un certo limite alla tassazione sull'unità di consumo. Non esistono invece *limiti di capacità produttiva*, perchè nel problema asintotico le capacità produttive sono — per le condizioni di equilibrio proprio di questo stato — sempre per definizione uguali a quelle necessarie.

Il problema di massimizzazione nello stato asintotico fu formulato semplicemente come un problema di massimizzazione dei consumi complessivi.

La soluzione del problema di stato asintotico determina, tra l'altro, la differenza fra i valori delle disponibilità di capitale dello stato asintotico e quello presente.

7. — Trovata la configurazione dello stato asintotico con la soluzione di questo problema (il che implica, tra l'altro, l'aver determinato i valori asintotici delle disponibilità di capitale) sorge la questione di *come avvicinarsi* a questo stato.

Il nuovo problema può, a sua volta, essere formulato in termini di programmazione. Come parametri d'azione nella politica dell'« anno prossimo », nell'esempio di cui si parla, furono considerati gli investimenti nei vari settori, indicati con J_h ; h essendo il settore nel quale si fa l'investimento in attrezzature. La scelta di tali parametri era giustificata dal fatto che, agli effetti della pianificazione, era naturalmente molto più importante considerare come parametri gli investimenti « entro » i vari settori (inputs) piuttosto che l'uscita dei beni d'investimento *dai* vari settori (outputs). Così si usano come parametri d'azione gli J_h .

Il modello da noi considerato aveva 25 gradi di libertà, e le equazioni fondamentali erano di questa forma:

$$X_i = \sum_{h=1,2,\dots,24} M_{ih} J_h + M_{i,26} E \quad [4]$$

dove:

$$M_{ih} = \sum_{k=1,2,\dots,25,26} (e_{ik} - A_{ik})^{-1} B_{kh} \quad [5]$$

$$M_{i,26} = (e_{i,26} - A_{i,26})^{-1} \quad [6]$$

Il fatto che l'espressione a destra della [4] fosse omogenea, cioè non contenesse termini indipendenti da J_h ed E , mostrò che — secondo questa impostazione — nessuna attività fra quelle correnti era pos-

sibile senza *investimenti nazionali o eccedenza delle esportazioni* sulle importazioni. Questa ipotesi riguardava un aspetto realistico del modello: esso mostrava una caratteristica fondamentale di una economia capitalistica, nella quale il consumo va guidato mediante il meccanismo della domanda del consumatore, meccanismo che opera per mezzo del potere d'acquisto, distribuito come remunerazione ai fattori primari della produzione.

Le equazioni [4] e [6] davano la soluzione per i livelli di attività nei vari settori: nell'ipotesi soltanto che i capitali, la mano d'opera e le importazioni fossero disponibili, nelle quantità necessarie. Per procedere realisticamente si doveva però tener conto del fatto che le disponibilità di capitale dei vari settori potevano essere limitate al punto da porre un limite superiore alle attività dei settori stessi. Tutto ciò si poteva esprimere con disequazioni lineari.

Furono considerati anche i vincoli per esprimere la immobilità delle forze di lavoro; e, infine, fu introdotta la condizione che i consumi *per capita* dell'«anno prossimo» non scendessero sotto il livello del 1950-51. Tali vincoli furono espressi per ciascuno dei tre gruppi di consumo: a) agricoltura e zootecnia, b) tessili, da grandi e piccole imprese produttrici, c) servizi della proprietà immobiliare.

Nel problema dell'«anno prossimo» la formulazione della *funzione preferenziale* fu molto più complicata che nel caso del problema asintotico. Tra gli scopi principali: 1) diminuire la disoccupazione, 2) avvicinarsi alla struttura asintotica del capitale, 3) salvaguardare la bilancia dei pagamenti. Occorreva che il consumo non entrasse nella *funzione preferenziale*, a questo punto, perchè gli aspetti principali del fenomeno del consumo erano già stati considerati nello stabilire i vincoli. Dopo aver considerato le opinioni dei principali esponenti politici, fu formulata la seguente funzione preferenziale:

$$f = 16u + 4v + w \quad [7]$$

dove:

$$u = \frac{142,339}{8422,45} (X_{23} - X_{23}^0) \quad [8]$$

$$v = \frac{\sum_{k=1,2,\dots,22} (\bar{K}_k - K_k^0) (J_k - D_k)}{96,5202 \cdot \sum_{k=1,2,\dots,22} (\bar{K}_k - K_k^0)} \quad [9]$$

$$w = 100 \frac{88,72}{675,33} X_{26} \quad [10]$$

dove X_{23} è il consumo delle famiglie, \bar{K}_k l'ampiezza asintotica delle attrezzature, J_k gli investimenti globali nel settore k , D_k il deprezzamento nel settore k , X_{26} l'esportazione totale. L'indice $^{\circ}$ indica l'anno 1950-51, cioè l'anno di base.

Quanto sopra ho esposto è ovviamente solo una descrizione estremamente breve del modello usato. Per avere una visione completa dello stesso si dovrebbe tener conto di parecchi particolari di considerevole importanza, di cui qui non si fa cenno.

Il modello usato era inoltre, di per sè, assai semplice; per essere realmente impiegato in una pianificazione concreta esso avrebbe dovuto essere considerevolmente elaborato. Tale elaborazione è in corso.

Estratto dal fascicolo n. 3 1956 de L'industria

Prezzo L. 130